KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

IBE entuzjaści edukacji

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

RAPORT Z BADANIA

Zespół Dydaktyk Szczegółowych

DIAGNOZA KOMPETENCJI GIMNAZJALISTÓW

MATEMATYKA

Warszawa, luty 2013

Raport przygotowany przez Zespół Dydaktyk Szczegółowych Instytutu Badań Edukacyjnych pod kierunkiem dr hab. prof. UW Jolanty Choińskiej-Miki. W badaniu „Diagnoza kompetencji gimnazjalistów" udział wzięły następujące pracownie Zespołu Dydaktyk Szczegółowych: Pracownia Historii, Pracownia Języka Polskiego, Pracownia Matematyki, Pracownia Przedmiotów Przyrodniczych.

Analizę statystyczną wyników badania wykonała Pracownia Analiz Osiągnięć Uczniów będąca częścią Zespołu Pomiaru Dydaktycznego Instytutu Badań Edukacyjnych.

Wydawca:
Instytut Badań Edukacyjnych
ul. Górczewska 8
01-180 Warszawa
tel. (22) 241 71 00; www.ibe.edu.pl

Publikacja współfinansowana przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach projektu: Badanie jakości i efektywności edukacji oraz instytucjonalizacja zaplecza badawczego

Egzemplarz bezpłatny

Spis treści

1. Ogólna charakterystyka testu

Matematyczny arkusz diagnostyczny składał się z 23 zadań (20 zadań zamkniętych i 3 zadania otwarte) sprawdzających opanowanie wymagań ogólnych i szczegółowych opisanych przez podstawę programową dla gimnazjum. Szczegółową analizę przypisania do konkretnych wymagań ogólnych i szczegółowych przedstawiono w rozdziale zawierającym analizy poszczególnych zadań.

Poniżej przedstawiono podstawowe dane statystyczne dotyczące tegorocznego badania, a obok analogiczne dane odnoszące się do badania przeprowadzonego w zeszłym roku.

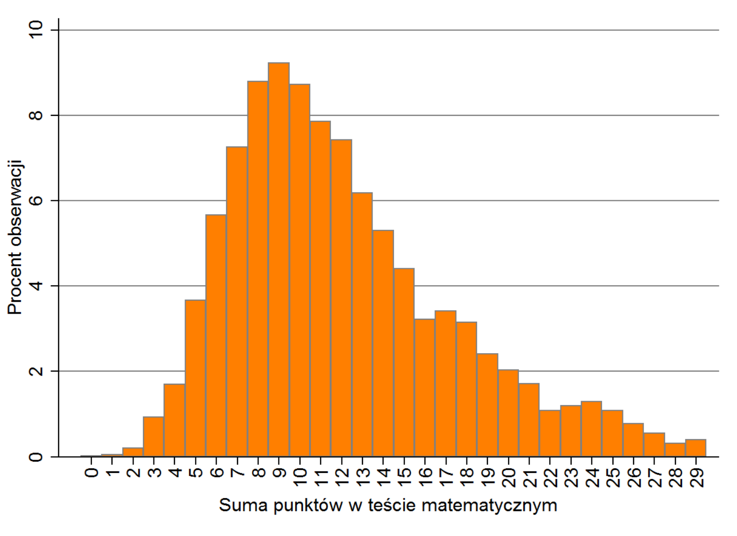
Diagnoza kompetencji gimnazjalistów **2011**		Diagnoza kompetencji gimnazjalistów **2012**	
max. liczba punktów	29	max. liczba punktów	29
liczba zadań	23	liczba zadań	23
liczba uczniów	6353	liczba uczniów	6356
alfa Cronbacha	0.798	alfa Cronbacha	0.787
średnia liczba punktów	12,04	średnia liczba punktów	12,03
odchylenie standardowe	5.26	odchylenie standardowe	5.33
łatwość	41,5%	łatwość	41,5%
mediana	11	mediana	11
minimum	0	minimum	0
maksimum	29	maksimum	29

Uderzające jest, że wszystkie właściwie parametry pokazujące wyniki uzyskane przez uczniów podczas tych dwóch edycji badania są omalże identyczne.

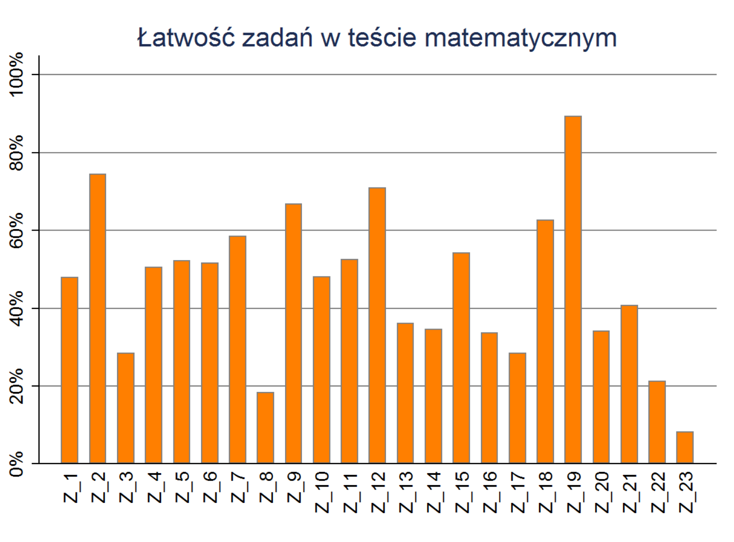
Średnia liczba punktów zdobytych przez jednego ucznia to 12. Stanowi to 41,5% wszystkich możliwych do zdobycia punktów. Za zadania zamknięte uczniowie zdobywali przeciętnie 49,6% możliwych do zdobycia punktów, a za zadania otwarte tylko 23,4%. Widać zatem, że zadania otwarte cały czas są dla uczniów znacznie trudniejsze niż zadania zamknięte.

Niewielu uczniów natomiast opuszczało zadania – dla zadań zamkniętych było przeciętnie 0,2% opuszczeń, a dla zadań otwartych odpowiednio: w zadaniu 21. – mniej niż 1% opuszczeń, w zadaniu 22. – 10% opuszczeń i w zadaniu 23. – 20% opuszczeń. Okazało się również, że opuszczenie zadania nie ma związku z poziomem umiejętności uczniów – tak samo prawdopodobne było, że pominie zadanie uczeń bardzo słaby, średni i dobry.

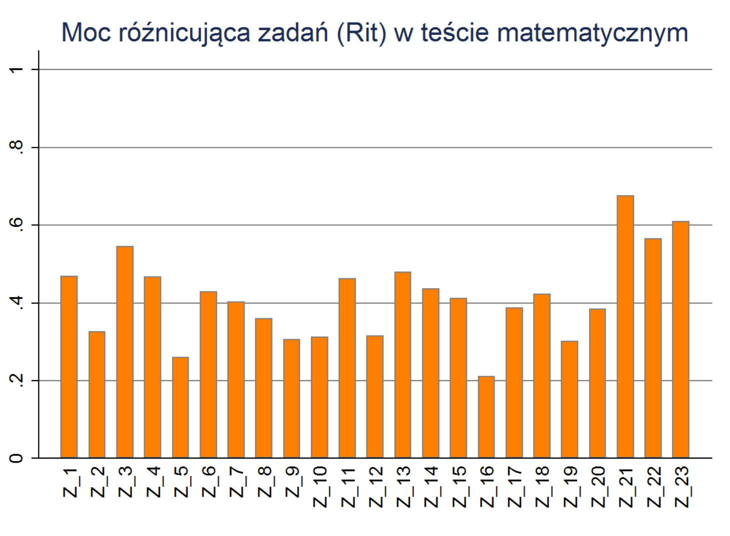
Poniżej przedstawiono rozkład wyników uczniów uzyskanych w badaniu w 2012 roku.



Widać, że przedstawiony rozkład jest silnie prawoskośny, co oznacza, że znacznie więcej jest uczniów, którzy uzyskali niskie wyniki niż tych, którzy uzyskali wyniki wysokie. Najczęściej uczniowie otrzymywali 9 punktów na 29 możliwych. Taki wynik osiągnęło ponad 9% uczniów. Mediana tego rozkładu jest równa 11, co oznacza, że połowa uczniów osiągnęła wynik niższy lub równy 11 punktów. Są jednak również uczniowie, którzy osiągnęli najwyższe możliwe wyniki.



Jak widać na wykresie powyżej, w arkuszu znalazły się zadania o zróżnicowanej trudności. Wśród zadań zamkniętych nie było ani jednego zadania bardzo łatwego (łatwość powyżej 0,93), tylko jedno zadanie było łatwe (łatwość w zakresie 0,78-0,92), cztery zadania można uznać za średnio trudne (0,63-0,77), osiem zaliczało się do trudnych (0,4-0,62), a siedem zadań okazało się bardzo trudnych (0-0,39). Najłatwiejsze w tej części arkusza było zadanie 19. dotyczące siatek brył. Spośród zadań otwartych dwa były trudne (łatwości w zakresie 0,20-0,49), a jedno bardzo trudne (łatwość poniżej 0,19).



Wśród zadań użytych w arkuszu nie było ani jednego zadania, którego moc różnicująca byłaby niższa niż wartość graniczna 0,2, jednak zadanie 16. niebezpiecznie zbliża się do tej granicy. Najwyższą moc różnicującą w analizowanym arkuszu, a zatem i najsilniejszy związek z wynikiem całego testu, miały zadania otwarte (21, 22, 23). Jest to dość oczywiste, skoro za każde z tych zadań można było dostać po 3 punkty, a za każde zamknięte tylko po 1 punkcie. Spośród zadań zamkniętych wyraźnie największy związek z wynikiem całego testu (moc różnicująca = 0,54) miało zadanie 3., dotyczące działań na pierwiastkach. Poza nim jeszcze 8 zadań zamkniętych miało umiarkowanie wysokie wartości mocy różnicującej (powyżej 0,40).

2. Analiza poszczególnych zadań

Zadania zamknięte

Zadanie 1.

Do dzbanka wlano 2 jednakowe butelki soku.

Ile takich samych butelek wody należy dolać do dzbanka, aby sok stanowił 25% napoju?

Wybierz odpowiedź spośród podanych.

A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8

Poprawna odpowiedź: C

Wymagania ogólne: II. Wykorzystywanie i tworzenie reprezentacji.

Wymagania szczegółowe: 5. Procenty. Uczeń: 1) przedstawia część pewnej wielkości jako procent lub promil tej wielkości i odwrotnie.

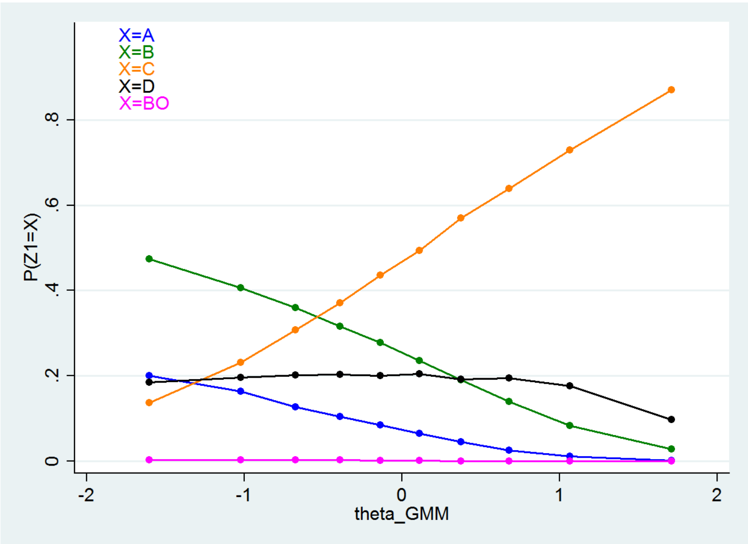
Zadanie sprawdza umiejętność posługiwania się procentami. Może ono być trudne lub łatwe w zależności od tego, jak uczniowie do niego podejdą.

Zadanie będzie łatwe dla tych uczniów, którzy widzą, że 25% to ¼ całości. W takim razie wystarczy dopełnić do całości, czyli dolać trzy razy więcej wody niż nalano soku, czyli 6 butelek wody. Będzie ono trudne dla tych uczniów, którzy zaliczą je do zadań „na roztwory" lub „na stężenia" i będą szukali wzorów lub sposobów rozwiązania znanych z lekcji chemii.

Rozwiązując to zadanie uczeń musi również wykazać się dokładnym czytaniem tekstu i dostrzec, że w pytaniu chodzi o to, ile butelek wody trzeba dolać, a nie ile łącznie będzie butelek napoju.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 48% uczniów.

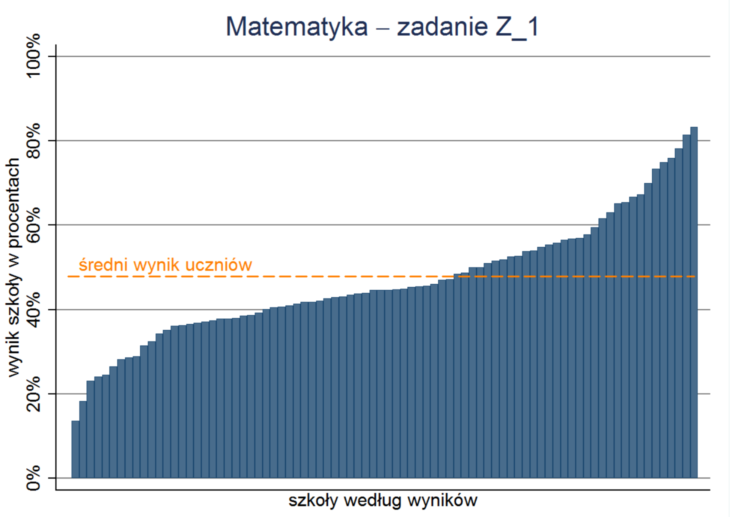
Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: A. – 8%, B. – 25%, D. – 19% uczniów.



Zadanie okazało się trudne, o dość wysokiej korelacji z resztą testu. Z wykresu ilustrującego wybory odpowiedzi wynika, że wśród najsłabszych uczniów poprawna odpowiedź była wybierana najrzadziej spośród wszystkich proponowanych. Wraz ze wzrostem umiejętności uczniów prawdopodobieństwo jej wyboru systematycznie rośnie i wśród uczniów najlepszych osiąga prawie 0,9.

Wykres pokazuje również, że mimo, że niepoprawne odpowiedzi B i D są wskazywane przez zbliżony odsetek uczniów (odpowiednio 25% i 19%) to są to „inni" uczniowie. Odpowiedź B jest wskazywana z prawdopodobieństwem prawie 0,5 przez uczniów najsłabszych i prawdopodobieństwo jej wyboru systematycznie spada. Wśród uczniów najlepszych wybór tej odpowiedzi już prawie się nie zdarza. Natomiast odpowiedź D jest wybierana z takim samym prawdopodobieństwem (około 0,2) niezależnie od poziomu umiejętności uczniów. Tylko w najwyższym, dziesiątym decylu prawdopodobieństwo wyboru tej odpowiedzi spada do 0,1. A zatem wybór tej odpowiedzi świadczy raczej o nieuwadze i nie przeczytaniu wystarczająco uważnie pytania, niż o braku umiejętności.

Przebieg krzywej pokazującej wybór poprawnej odpowiedzi wskazuje, że zadanie dobrze mierzy umiejętności uczniów słabych, dobrych i bardzo dobrych i bardzo dobrze ich różnicuje. Zadanie jest również dobrze skorelowane z wynikiem z całego testu.



W dwóch najsłabszych szkołach zadanie rozwiązało poprawnie 13% uczniów (trzy razy mniej, niż wynosiła średnia) i 18% uczniów, a w dwóch najlepszych 81% i 83%. Pozostałe wyniki mieszczą się w zakresie między 20% a 80%. Jest to jedno z zadań o największym zróżnicowaniu wyników osiąganych przez poszczególne szkoły.

Zadanie 2.

Cztery pompy o jednakowej wydajności pracując jednocześnie, wypompowały wodę zgromadzoną w zbiorniku w czasie 12 godzin.

Ile takich pomp należałoby użyć, aby tę samą ilość wody wypompować w ciągu 6 godzin? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

A. 2	**B.** 3	**C.** 6	**D.** 8

Poprawna odpowiedź: D

Wymagania ogólne: III. Modelowanie matematyczne.

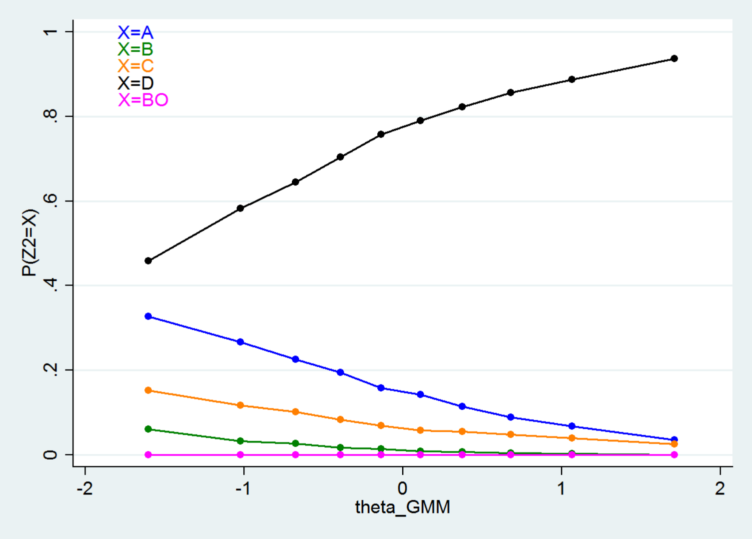
Wymaganie szczegółowe: 7. Równania. Uczeń: 1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi.

Trudność zadania polega na tym, że jednocześnie zmieniają się dwie wielkości w różnych kierunkach. Jeśli uczeń odwoła się do swoich doświadczeń i zdrowego rozsądku wówczas od razu zauważy, ze im więcej pomp będzie pracowało, tym woda zostanie szybciej wypompowana. Zatem jeśli woda ma być wypompowana w krótszym czasie to pomp musi być więcej (odpadają odpowiedzi A i B). Jeśli czas ma być dwukrotnie krótszy niż przy czterech pompach, to pomp musi być dwukrotnie więcej, czyli 8.

W tego typu zadaniach najczęstszym błędem uczniowskim jest rutynowe potraktowanie tych dwóch wielkości jako wprost proporcjonalnych i ułożenie proporcji: 12 godzin – 4 pompy, zatem 6 godzin – 2 pompy, czyli odpowiedź A. Wyniki pokazują, że taki błąd popełniło 16% uczniów.

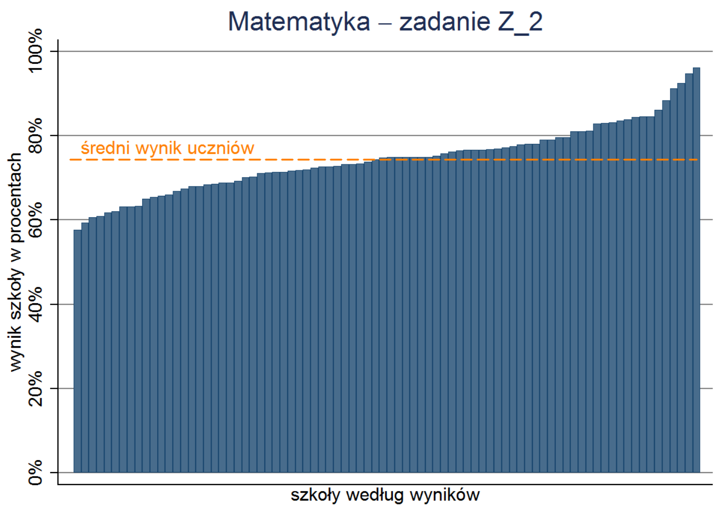
Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 74% uczniów. Okazało się ono zatem jednym z najłatwiejszych w arkuszu.

Odsetek uczniów wybierających błędne odpowiedzi: A – 16%, B – 2%, C – 8%.



Wykres pokazuje, że nawet najsłabsi uczniowie częściej wybierali poprawną odpowiedź D niż którąkolwiek z pozostałych. Uczniowie o średnich umiejętnościach wskazują tę odpowiedź z prawdopodobieństwem prawie 0,8, a uczniowie najlepsi ponad 0,9. A zatem jest to zadanie bardzo łatwe. Tak wysoka rozwiązywalność zadania wśród uczniów słabych jest być może powodem, że zadanie jest dość słabo skorelowane z resztą testu.

Wykres pokazuje również, że opisany wcześniej, niepoprawny sposób rozwiązania i wskazanie odpowiedzi A rzeczywiście zdarza się częściej niż inne błędy. Pojawia się on najczęściej wśród uczniów najsłabszych i szybko maleje wraz ze wzrostem umiejętności.



W najsłabszej szkole zadanie rozwiązało poprawnie 57% uczniów, a w najlepszej 96%. Warto zwrócić uwagę, że mimo, że było to drugie co do łatwości zadanie w arkuszu, nie było szkoły, w której rozwiązaliby go wszyscy uczniowie. Jest to jedno z zadań o najbardziej wyrównanych wynikach.

Zadanie 3.

Korzystając z tego, że $27^2 = 729$, $48^2 = 2304$ i $27 \cdot 48 = 1296$, oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

$\sqrt{27 \cdot 48 \cdot 27 \cdot 48} = 1296$	**P**	**F**
$\sqrt{729} \cdot 48 = \sqrt{2304} \cdot 27$	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: PP

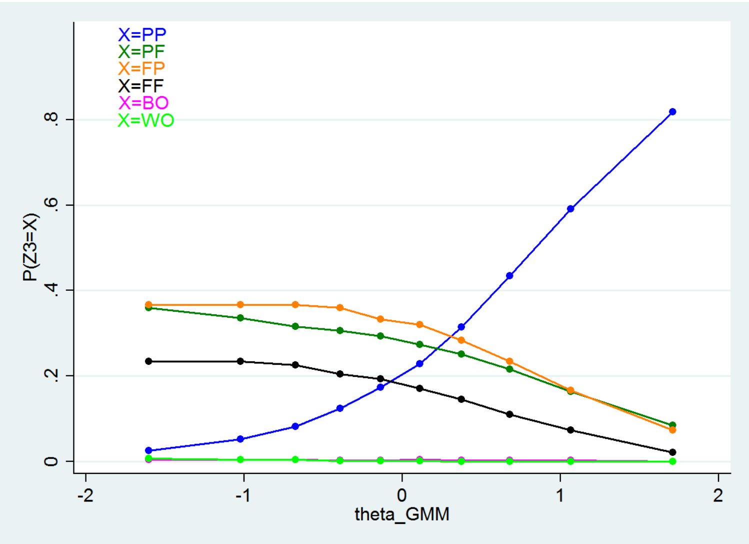
Wymaganie ogólne: II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

Wymagania szczegółowe: 4. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych; 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia.

Jest to zadanie bardzo podobne do zadania z informatora gimnazjalnego, nie powinno zatem być zaskoczeniem dla uczniów. Pozornie wydaje się ono rachunkowe, a jednak uczeń nie musi wykonywać żadnych obliczeń – wystarczy, że zna zasady działań na pierwiastkach i skorzysta z podanych informacji.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane zaledwie przez 29% uczniów. Okazało się więc jednym z najtrudniejszych w arkuszu.

Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: PF – 26%, FP – 29%, FF – 16% uczniów.

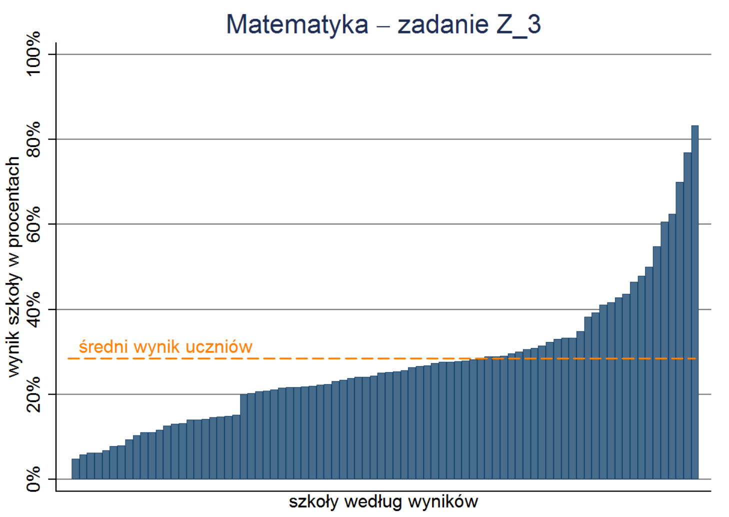


Z powyższego wykresu wynika, że prawdopodobieństwo rozpoznania przez ucznia o najniższych umiejętnościach, że obie przedstawione równości są prawdziwe było bliskie zeru. Odsetek poprawnych odpowiedzi rośnie dość wolno – nawet wśród uczniów o średnich umiejętnościach znacznie bardziej prawdopodobne było, że oceni on, że któraś z podanych równości lub nawet obie są nieprawdziwe. Wśród tych uczniów prawdopodobieństwo wskazania odpowiedzi PP wynosiło zaledwie około 0,2, i dopiero dla uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie szansa wyboru odpowiedzi PP wyraźnie rośnie i wśród najlepszych uczniów osiąga 0,8.

Przebieg wykresu ilustrującego poprawną odpowiedź wskazuje, że zadanie słabo różnicuje uczniów słabych, a dobrze uczniów dobrych. Jego wyniki potwierdzają raz jeszcze, że działania na pierwiastkach, podobnie, jak działania na potęgach, są trudne, nawet dla uczniów o umiejętnościach średnich i wyższych niż średnie.

Mimo, że zadanie jest tak trudne, jest ono najlepiej skorelowane z testem spośród wszystkich zadań zamkniętych.

Jest to zadanie o bardzo dużym (drugim, co do wielkości) zróżnicowaniu wyników – w najsłabszej szkole rozwiązało je poprawnie zaledwie 5% uczniów (prawie sześciokrotnie mniej niż wyniosła średnia), a w najlepszej 83% (prawie trzykrotnie więcej niż wyniosła średnia).



Zadanie 4.

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Wyrażenie $\dfrac{3^3 \cdot 3^4}{(3^3)^4}$ ma wartość

A. 3^{-5}	**B.** 3^0	**C.** 3^5	**D.** 3^{-1}

Poprawna odpowiedź: A

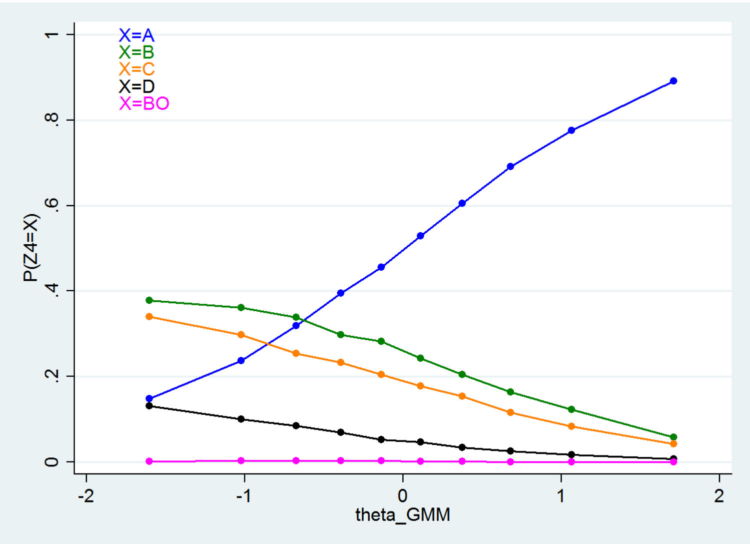
Wymaganie ogólne: II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

Wymagania szczegółowe: 3. Potęgi. Uczeń: 2) zapisuje w postaci jednej potęgi iloczyny i ilorazy potęg o takich samych podstawach […].

Zadanie sprawdza umiejętność wykonywania działań na potęgach. Dla jego rozwiązania można posłużyć się wzorami, ale wystarczy również samo rozumienie pojęcia potęgi i znajomość definicji potęgi o ujemnym wykładniku.

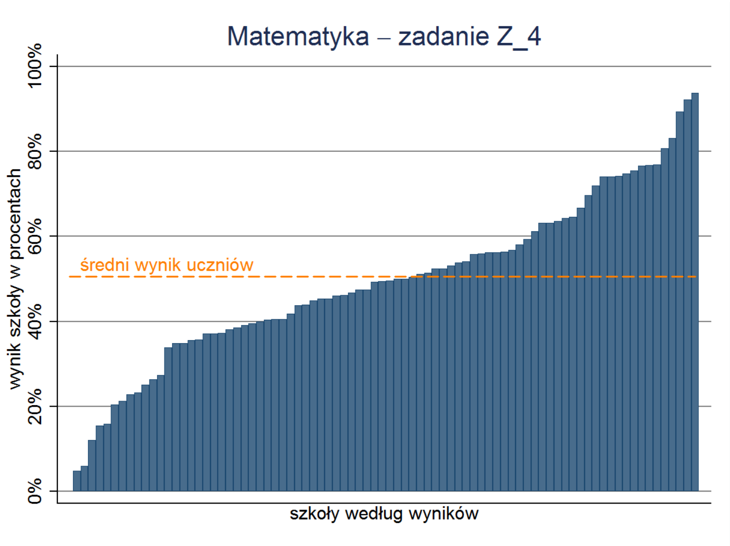
Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 51% uczniów – to znacznie więcej niż podczas ostatnich egzaminów, gdzie rozwiązywalność zadań dotyczących potęg wynosiła około 30 – 40%.

Odsetek uczniów wybierających błędne odpowiedzi: B – 25%, C – 19%, D – 6%.



Jak widać na wykresie najsłabsi uczniowie znacznie częściej wskazywali niepoprawne odpowiedzi B i C – obie z nieujemnym wykładnikiem, a znacznie rzadziej poprawną odpowiedź A i niepoprawną D – obie z wykładnikiem ujemnym. Im wyższy poziom umiejętności uczniów, tym bardziej maleje prawdopodobieństwo wskazania którejś z niepoprawnych odpowiedzi, a rośnie szansa wskazania odpowiedzi poprawnej. Wśród uczniów o średnich umiejętnościach prawdopodobieństwo poprawnego rozwiązania wynosi ok. 0,5, a wśród najlepszych 0,9. Te wartości potwierdzają, że dla uczniów średnich i lepszych było to zadanie średnio trudne.

Zadanie bardzo dobrze mierzy umiejętności uczniów w całym zakresie umiejętności i jest dobrze skorelowane z całym testem.



To zadanie ma zdecydowanie największe zróżnicowanie wyników osiąganych przez szkoły spośród wszystkich zadań użytych w arkuszu. W najsłabszej szkole rozwiązało je poprawnie zaledwie 5% uczniów (dziesięciokrotnie mniej niż wyniosła średnia!), a w najlepszej 93%, czyli prawie wszyscy. Trzeba również zwrócić uwagę, że stosunkowo dużo jest szkół osiągających w tym zadaniu bardzo niskie wyniki.

Zadanie 5.

W pudełku znajduje się 6 losów, wśród których są 2 losy wygrywające.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu wygrywającego jest dwukrotnie mniejsze, niż wyciągnięcia losu przegrywającego.	**P**	**F**
Jeśli do pudełka włożymy dodatkowy los wygrywający, to prawdopodobieństwo wygranej wzrośnie.	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: PP

Wymaganie ogólne: III. Modelowanie matematyczne. V. Rozumowanie i argumentacja.

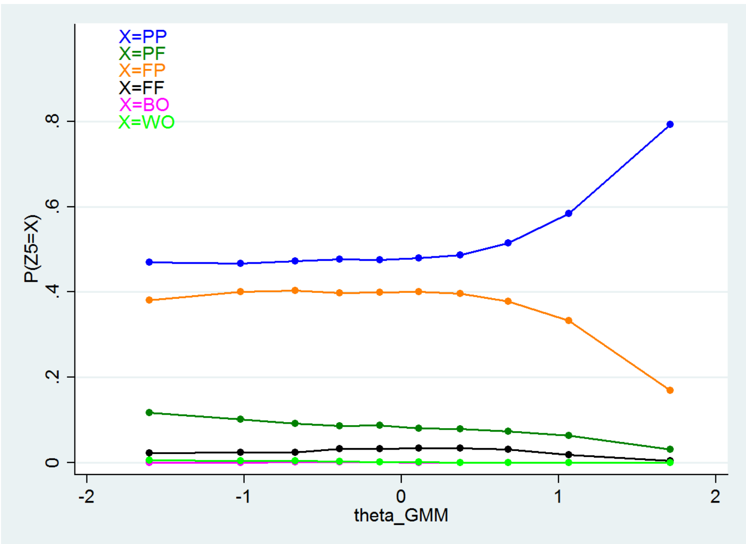
Wymaganie szczegółowe: 9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 5) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, rzut monetą, wyciąganie losu) i określa prawdopodobieństwa najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach […]..

To zadanie można rozwiązać nie wykonując żadnych obliczeń. Wystarczy, że uczeń zrozumie sytuację i odwoła się do swoich doświadczeń.

Aby ocenić, czy prawdziwe jest pierwsze zdanie, wystarczy uświadomić sobie, że jeśli losów wygrywających jest dwa razy mniej niż przegrywających (2 wygrywające, 4 przegrywające), to szansa wyciągnięcia losu wygrywającego jest dwukrotnie mniejsza niż przegrywającego. Dla oceny drugiego zdania wystarczy najprostsza intuicja prawdopodobieństwa zachodzenia zdarzeń. Wystarczy zauważyć, że jeśli do puli dołożymy tylko losy wygrywające, to bez względu na to, ile losów było na początku, prawdopodobieństwo wygranej wzrośnie.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 52% uczniów.

Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: PF – 8%, FP – 37%, FF – 3% uczniów.



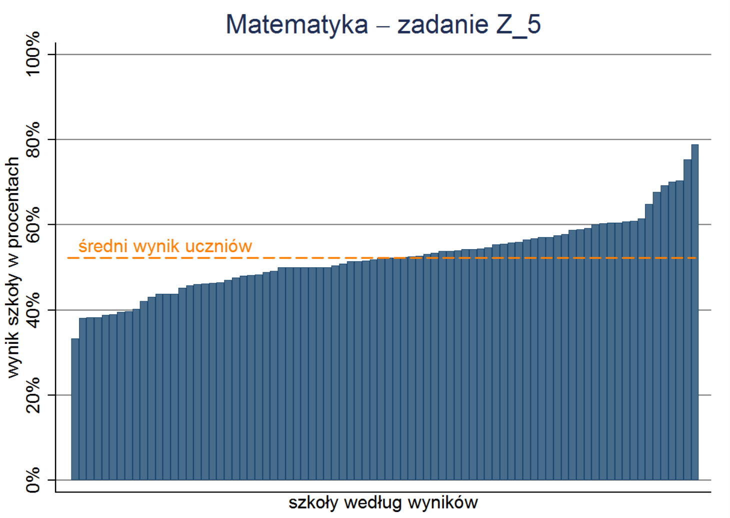
Powyższy wykres pokazuje, że poprawna odpowiedź PP była wskazywana z takim samym prawdopodobieństwem przez uczniów najsłabszych, słabych i średnich. Dopiero uczniowie z dwóch najwyższych decyli, o umiejętnościach o co najmniej jedno odchylenie standardowe wyższych od średniej, wskazują tę odpowiedź z wyższym prawdopodobieństwem niż pozostali.

Prawie równie często, jak odpowiedź poprawna PP była wskazywana odpowiedź FP. Wskazania tej odpowiedzi były również w większości niezależne od poziomu umiejętności. Oznacza to, że około 90% uczniów, niezależnie od poziomu umiejętności wiedziało, że drugie podane zdanie jest prawdziwe. Oznacza to, że zarówno bardzo słabi, jak średni i dobrzy uczniowie mają bardzo dobrze wyrobioną intuicję dotyczącą prawdopodobieństwa zachodzenia zdarzeń.

Taki rozkład odpowiedzi może również wskazywać, że część uczniów nie zapoznała się jeszcze w szkole z zagadnieniami związanymi z prawdopodobieństwem i ci uczniowie, niezależnie od poziomu umiejętności, mogli mieć problem z poprawną oceną pierwszego stwierdzenia. Natomiast drugie stwierdzenie jest tak intuicyjnie oczywiste, że jego ocena nie nastręcza trudności nawet najsłabszym uczniom.

Wszystkie te przyczyny sprawiły, że zadanie jest słabo skorelowane z całym testem.

Nie było to również zadanie dobre pomiarowo – większość uczniów rozwiązuje je z takim samym prawdopodobieństwem niezależnie od poziomu umiejętności, czyli zadanie w ogóle ich nie różnicuje.

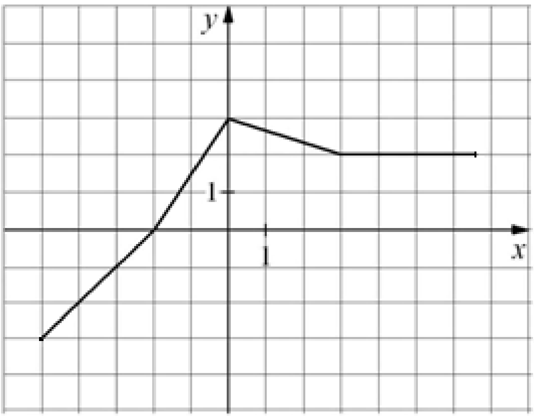


Jest to również jedno z zadań o najmniejszym zróżnicowaniu wyników między szkołami – w najsłabszej szkole rozwiązało je poprawnie 33% uczniów, a w dwóch najlepszych 75% i 79%. Większość wyników mieści się w zakresie między 35% a 70%.

Zadanie 6.

Na rysunku przedstawiono wykres pewnej funkcji.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest



fałszywe.

Funkcja przyjmuje wartość –1 dla argumentu $x = -3$.	**P**	**F**
Dla wszystkich argumentów $x \leq 0$ funkcja przyjmuje wartości ujemne.	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: PF

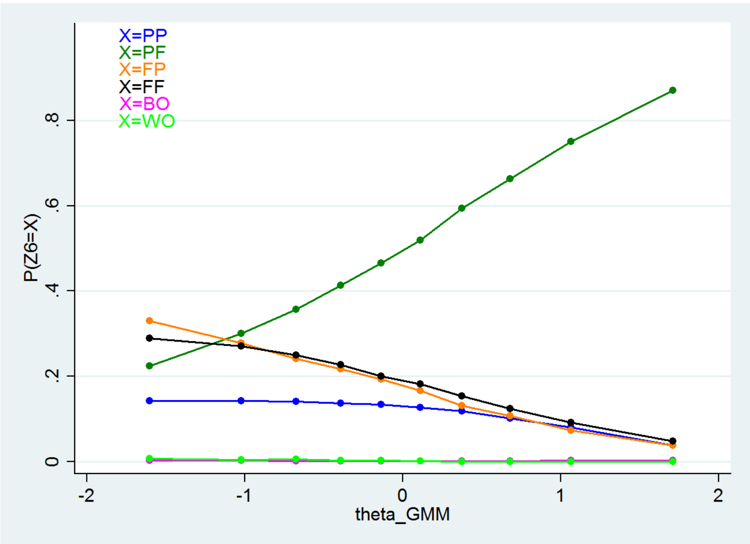
Wymaganie ogólne: II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

Wymagania szczegółowe: 8. Wykresy funkcji. Uczeń:'3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero..

Jest to typowe zadanie, wymagające umiejętności odczytywania informacji z wykresu oraz sprawdzające znajomość pojęć argument oraz wartość funkcji.

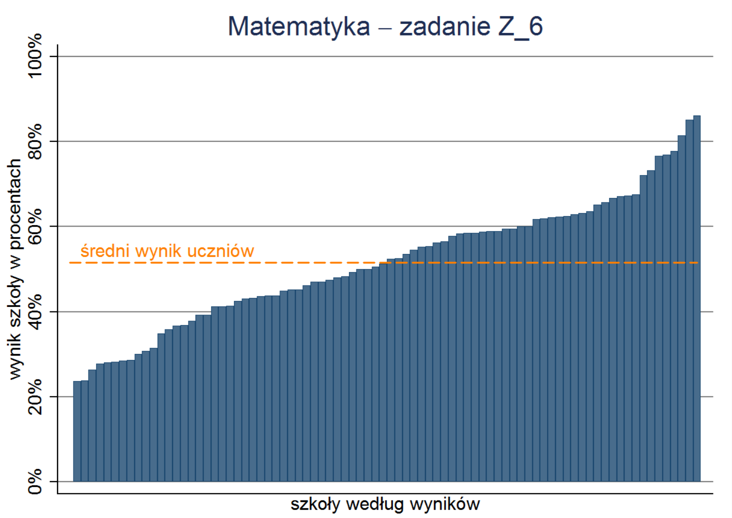
Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 52% uczniów.

Odsetek uczniów wybierających błędne odpowiedzi: PP – 12%, FP – 18%, FF – 18%.



Zamieszczony powyżej wykres pokazuje, że tylko najsłabsi uczniowie trochę częściej wybierali inne odpowiedzi niż poprawną PF. Wraz ze wzrostem umiejętności uczniów prawdopodobieństwo udzielenia błędnej odpowiedzi maleje, a poprawnej odpowiedzi rośnie, jednak nie tak szybko, jak można by oczekiwać w tak typowym zadaniu. Dla uczniów o średnim poziomie umiejętności prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi wynosi około 0,5. Dopiero najlepsi uczniowie poprawnie oceniają oba podane zdania z prawdopodobieństwem wyższym niż 0,8.

Zadanie dobrze mierzy umiejętności uczniów w całym właściwie zakresie umiejętności, ma średni poziom trudności i jest dobrze skorelowane z testem.



W dwóch najsłabszych szkołach zadanie rozwiązało poprawnie po 23% uczniów (dwukrotnie mniej, niż wynosi średnia), a w trzech najlepszych odpowiednio 81%, 85% i 86% uczniów. Pozostałe wyniki mieszczą się w zakresie między 25% a 80%. Jest to kolejne zadanie o dużym zróżnicowaniu wyników osiąganych przez różne szkoły.

Zadanie 7.

W pewnej kawiarni podaje się klientom dziennie średnio 70 filiżanek kawy. Ze 100 g ziarnistej kawy można przygotować 22 filiżanki tego napoju.

Ile co najmniej półkilogramowych paczek kawy musi kupić właściciel, aby wystarczyło jej na 7 dni? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

A. 3 **B**. 4 **C**. 5 **D**. 6

Poprawna odpowiedź: C

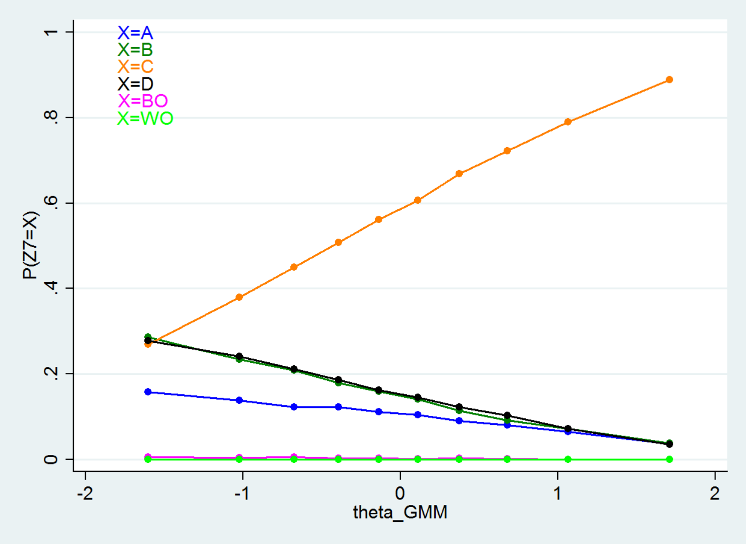
Wymaganie ogólne: IV. Użycie i tworzenie strategii.

Wymaganie szczegółowe: 1. Liczby wymierne dodatnie Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.)

Jest to złożone zadanie tekstowe – zawiera wiele liczb i wiele informacji. Dla jego rozwiązania należy wykonać kilka działań i poprawnie zinterpretować wynik. Wymaga ono również dokładnego przeczytania tekstu i dostrzeżenia zwrotu „co najmniej". Bo jeśli właściciel kupi 6 paczek kawy – największą proponowaną liczbę – to na pewno jej starczy, ale nie będzie to „najmniej".

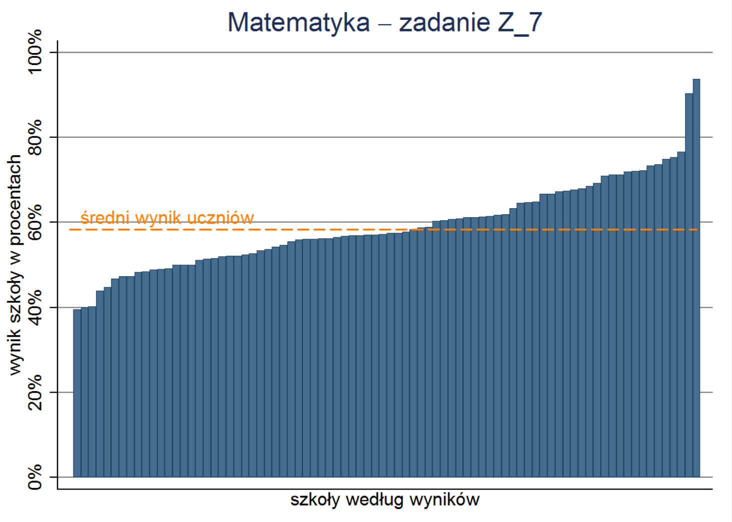
Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 58% uczniów, a więc lepiej, niż można by przypuszczać, biorąc pod uwagę liczbę danych, które trzeba wykorzystać i liczbę kroków, które trzeba wykonać dla jego rozwiązania.

Odsetek uczniów wybierających błędne odpowiedzi: A – 10%, B – 15%, D – 16%.



Krzywe obrazujące wybory poszczególnych odpowiedzi w tym zadaniu układają się bardzo podobnie, jak w zadaniu poprzednim. Najsłabsi uczniowie z dokładnie takim samym prawdopodobieństwem wskazują poprawną odpowiedź C, jak niepoprawne B i D. Wraz ze wzrostem ich umiejętności odsetek wskazań poprawnej odpowiedzi stosunkowo szybko rośnie, a każdej z niepoprawnych maleje. Taki szybki wzrost odsetka poprawnych odpowiedzi pozwala mieć nadzieję, że dobry wynik tego zadania nie bierze się ze zgadywania odpowiedzi.

Zadanie dobrze nadaje się do mierzenia umiejętności uczniów na wszystkich właściwie poziomach umiejętności i dobrze ich różnicuje.



W dwóch najlepszych szkołach zadanie rozwiązało wyraźnie więcej uczniów, niż w pozostałych szkołach – 90% i 93%. Pozostałe wyniki mieszczą się w zakresie między 40% a 80%. Nie licząc tych dwóch szkół z wyjątkowo wysokimi rezultatami, jest to jedno z zadań o małym zróżnicowaniu wyników osiąganych przez poszczególne szkoły.

Zadanie 8.

Pan Nowak postanowił kupić wykładzinę na prostokątną podłogę o wymiarach 3 m i 4 m. Pod uwagę wziął dwa typy wykładziny.

Typ wykładziny	Szerokość wykładziny	Cena wykładziny
welurowa	4 m	35 zł za 1 m^2
wełniana	3 m	95 zł za 1 metr bieżący

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Cena 1 m^2 wykładziny welurowej jest niższa niż cena 1 m^2 wykładziny	**P**	**F**
Kupując tańszą wykładzinę, pan Nowak zaoszczędzi 40 zł.	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: FP

Wymagania ogólne: I. Wykorzystanie i tworzenie informacji. IV. Użycie i tworzenie strategii.

Wymaganie szczegółowe: 1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.).

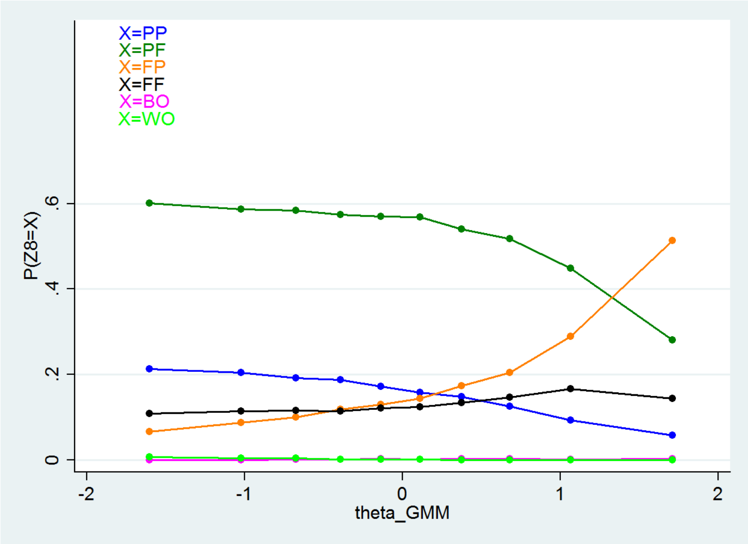
Zadanie ma praktyczny, życiowy kontekst – i dlatego przedstawiona sytuacja jest dość skomplikowana. Kluczem do rozwiązania zadania jest zrozumienie zasad płacenia za wykładziny. Uczeń musi odwołać się do swojej wiedzy pozaszkolnej i znać pojęcie metra bieżącego.

Pierwsze przedstawione do oceny zdanie jest bardzo proste, pod warunkiem, że uczeń zrozumiał zasadę płacenia za każdą z wymienionych wykładzin. Jeśli 1 metr bieżący czyli 3 m2 wykładziny wełnianej kosztuje 95 zł, to 1 m2 tej wykładziny kosztuje niecałe 32 zł. Czyli mniej niż 1 m2 wykładziny welurowej.

Drugie zdanie również wymaga uważnego czytania tekstu i zrozumienia opisanej sytuacji. Aby jednak ocenić jego prawdziwość, konieczne jest wykonanie kilku prostych obliczeń.

Było to zdecydowanie najtrudniejsze zadanie w całym arkuszu – rozwiązane zostało poprawnie zaledwie przez 18% uczniów.

Odsetek uczniów wybierających błędne odpowiedzi: PP – 16%, PF – 53%, FF – 13%.

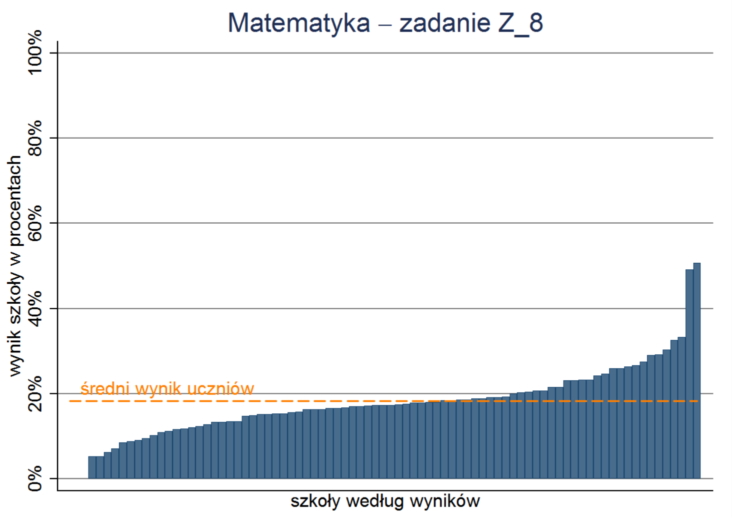


Wykres pokazuje, że wśród najsłabszych uczniów poprawna odpowiedź FP była rzadziej wybierana niż każda z pozostałych. Wraz ze wzrostem umiejętności uczniów prawdopodobieństwo udzielenia tej odpowiedzi bardzo powoli rośnie. Dla uczniów o średnich umiejętnościach wynosi ono trochę powyżej 0,1, dla uczniów w ósmym decylu osiąga 0,2 i dopiero najlepsi uczniowie oceniają poprawnie prawdziwość obu podanych zdań z prawdopodobieństwem nieco wyższym niż 0,5. Te wartości potwierdzają, że było to zadanie bardzo trudne, nawet dla uczniów znacznie lepszych niż średni.

Uderzające jest, jak wielu uczniów wybiera odpowiedź PF. W pierwszych ośmiu decylach tę odpowiedź wskazuje ponad połowa uczniów. Nawet wśród uczniów najlepszych szansa jej wybrania wynosi około 0,3. Może to świadczyć, że uczniowie nie znali pojęcia metra bieżącego i podaną w tabeli cenę wykładziny wełnianej potraktowali jak cenę za 1 m^2. Przy takiej interpretacji treści zadania uczeń otrzymywał właśnie tę najpopularniejszą odpowiedź PF.

Bardzo słabe wyniki osiągane przez uczniów w tym zadaniu oznaczają w szczególności, że w sytuacji egzaminacyjnej dość ryzykowne są zadania odwołujące się do „życiowej” wiedzy uczniów. Może się bowiem okazać, tak jak w tym zadaniu, że zamiast sprawdzać umiejętności matematyczne, sprawdzamy znajomość jakiegoś pojęcia, luźno związanego z matematyką. Jeśli okaże się zatem, że do sformułowania zadania konieczne jest użycie jakiegoś pojęcia nieoczywistego dla uczniów, należy go wcześniej dokładnie wytłumaczyć.

Dwie pozostałe odpowiedzi niepoprawne były wybierane znacznie rzadziej. Choć i tu zaskakujące jest, że prawdopodobieństwo udzielenia odpowiedzi FF lekko rośnie wraz ze wzrostem umiejętności uczniów.
Było to zadanie bardzo trudne, dobrze różnicujące tylko najlepszych uczniów.



Jest to jedyne zadanie zamknięte, którego w dwóch szkołach nie udało się rozwiązać nikomu – szkoły te osiągnęły wynik równy zero. Były również dwie szkoły wyraźnie najlepsze, z dużo wyższymi niż w innych szkołach wynikami – odpowiednio 49% i 50%. Pozostałe wyniki zawierały się w przedziale między 5% a 35%. Pomijając te cztery nietypowe szkoły, było to jedno z zadań o najmniej zróżnicowanych wynikach – bardzo niskich we wszystkich szkołach.

Zadanie 9.

W jakim stosunku można podzielić odcinek o długości 36 cm, aby z otrzymanych trzech odcinków zbudować trójkąt? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

A. 1 : 2 : 6 **B.** 1 : 3 : 5 **C.** 2 : 3 : 4 **D.** 2 : 3 : 7

Poprawna odpowiedź: C

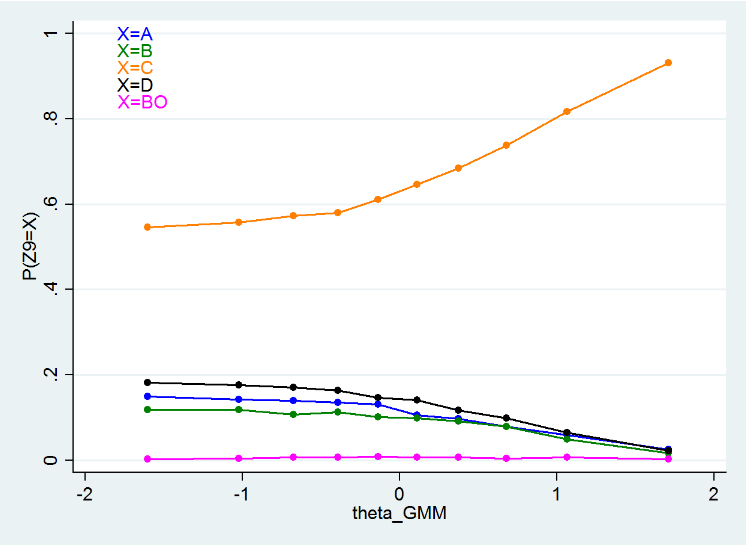
Wymaganie ogólne: III. Modelowanie matematyczne.

Wymagania szczegółowe: *Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* Uczeń ustala możliwość zbudowania trójkąta (na podstawie nierówności trójkąta).

Aby rozwiązać to zadanie uczeń musi rozumieć użyty w nim zapis i znać warunek trójkąta. Zadanie można rozwiązać nie używając liczby 36 czyli podanej długości odcinka. Jednak dla części uczniów być może byłoby ono trudniejsze, gdyby nie mogli użyć konkretnych liczb i obliczyć długości odcinków, z których będą próbowali zbudować trójkąt.

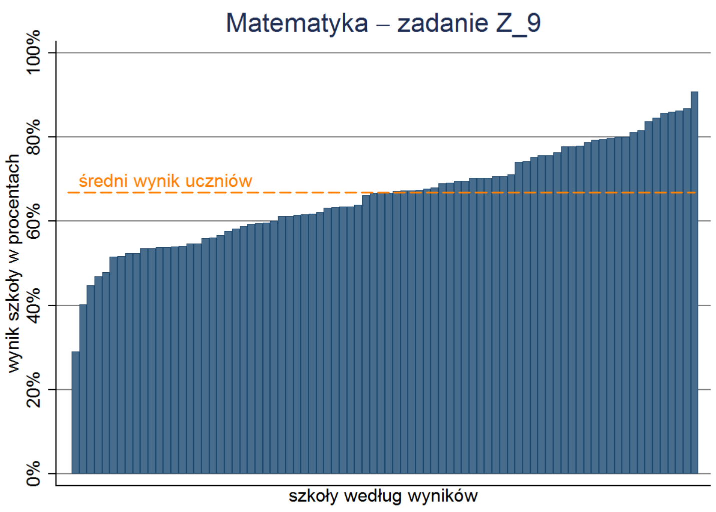
Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 67% uczniów. Jest to zatem jedno z łatwiejszych zadań w arkuszu.

Odsetek uczniów wybierających błędne odpowiedzi: A – 11%, B – 9%, D – 13%.



Wykres potwierdza, że zadanie było łatwe nawet dla najsłabszych uczniów – wskazywali oni poprawną odpowiedź z prawdopodobieństwem większym niż 0,55. Pozostałe odpowiedzi błędne były wskazywane z bardzo podobnym prawdopodobieństwem – od 0,1 do 0,2. Co ciekawe wybory uczniów właściwie nie zmieniają się, mimo wzrostu ich umiejętności i dla uczniów średnich wynoszą odpowiednio: dla odpowiedzi poprawnej nieco ponad 0,6 i dla odpowiedzi błędnych od 0,1 do 0,15. Dopiero wśród uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi rośnie szybciej i dla uczniów najlepszych osiąga wartość ponad 0,9.

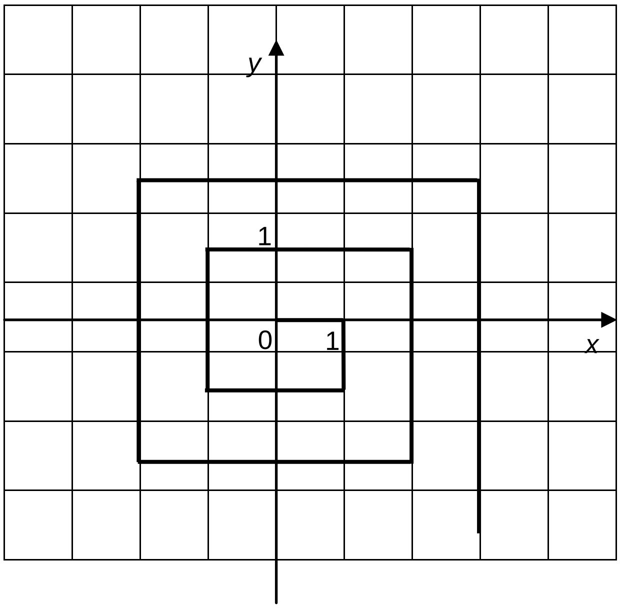
Być może z powodu tak wysokiej rozwiązywalności tego zadania przez najsłabszych uczniów – znacznie wyższej niż w pozostałych zadaniach – jest ono dość słabo skorelowane z wynikiem całego testu. Było to raczej nieudane pomiarowo zadanie – prawdopodobieństwo poprawnej odpowiedzi jest większe niż 0,5 niezależnie od umiejętności uczniów i w konsekwencji w żadnym zakresie umiejętności zadanie nie różnicuje uczniów wystarczająco dobrze.



W jednej, wyraźnie najsłabszej szkole, zadanie potrafiło rozwiązać poprawnie mniej niż 30% uczniów (ponad dwukrotnie mniej, niż wynosiła średnia). W najlepszej szkole rozwiązało je 91% uczniów. W pozostałych szkołach odsetek poprawnych odpowiedzi był zawarty w przedziale między 40% a 90%.

Informacje do zadań 10. i 11.

Zaczynając od punktu (0,0) budujemy łamaną, której część składającą się z 10 odcinków przedstawiono na rysunku. Kolejne odcinki łamanej numerujemy kolejnymi liczbami naturalnymi. Pierwszy odcinek łamanej ma długość 1.



Zadanie 10.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Jeżeli *n* jest liczbą parzystą, to odcinek o numerze *n* jest równoległy do osi *y*.	**P**	**F**
Jeżeli *n* jest liczbą nieparzystą, to długość odcinka o numerze *n* jest równa $\frac{n}{2}+1.$	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: PF

Wymagania ogólne: I. Wykorzystanie i tworzenie informacji. V. Rozumowanie i argumentacja.

Wymaganie szczegółowe: *Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* Uczeń rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe i równoległe. 6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami.

Zadanie to jest pierwszym z wiązki złożonej z dwóch zadań. Sprawdza, czy uczeń potrafi odczytać informacje z rysunku i przeprowadzić proste rozumowanie.

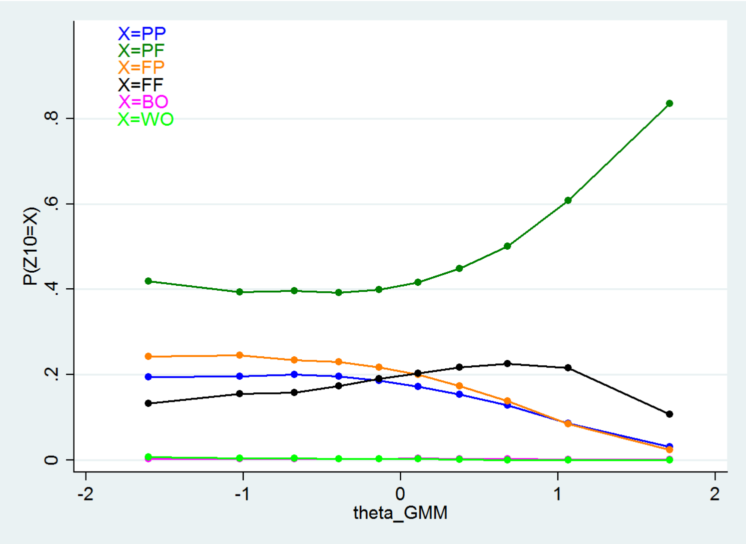
Pierwsze zdanie, którego prawdziwość uczeń ma ocenić sprawdza, czy uczeń rozumie sposób tworzenia łamanej i regułę numerowania kolejnych odcinków, a także czy posiada umiejętność nabywaną jeszcze w szkole podstawowej – rozpoznawania odcinków i prostych równoległych.

Aby ocenić drugie zdanie uczeń może podstawiać do wzoru konkretne liczby i sprawdzać, czy wyliczone w ten sposób długości odcinków są zgodne z długościami odcinków na rysunku (wystarczy, że wykona sprawdzenie dla jednej, dowolnie wybranej liczby nieparzystej). Może też przeprowadzić proste rozumowanie – zauważyć, że jeśli n jest dowolną liczbą naturalną nieparzystą to liczba $\frac{n}{2}+1.$

nie jest liczbą naturalną. Natomiast długości odcinków, z których zbudowana jest łamana wyrażają się liczbami naturalnymi.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 48% uczniów.

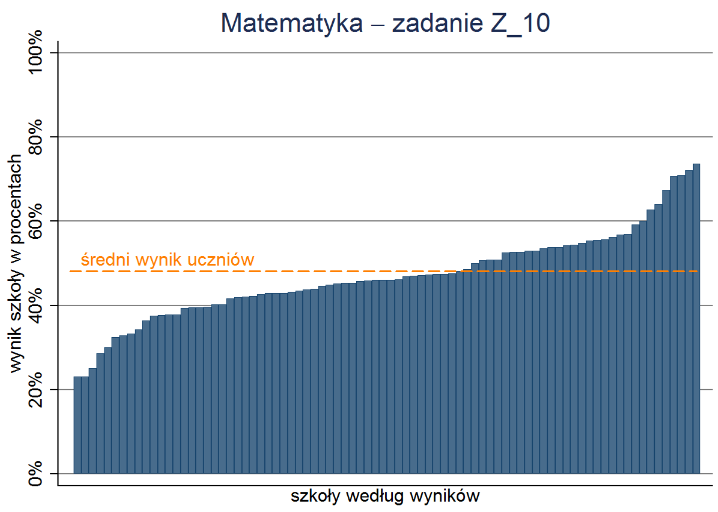
Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: PP – 16%, FP – 18%, FF – 18% uczniów.



Jest to kolejne zadanie, w którym odpowiedzi uczniów najsłabszych, średnio słabych i średnich praktycznie nie różnią się od siebie. Prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi PF wynosi dla nich około 0,4, a którejś z błędnych odpowiedzi między 0,15 a 0,25. Dopiero wśród uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi rośnie i dla uczniów najlepszych osiąga wartość ponad 0,8.

Zastanawiające jest, że szansa udzielenia niepoprawnej odpowiedzi FF rośnie wraz ze wzrostem umiejętności uczniów. Być może można to interpretować tak, że wraz ze wzrostem umiejętności rośnie odsetek uczniów, którzy widzą, że drugie podane zdanie jest nieprawdziwe. Wybierają oni zatem odpowiedź F na drugie pytanie. Nie jest jasne natomiast, dlaczego ci uczniowie błędnie oceniali pierwsze podane zdanie, które opiera się wyłącznie na wiadomościach ze szkoły podstawowej. Być może uczniowie ci nie dość uważnie przeczytali informację podaną nad rysunkiem łamanej, że rozpoczyna się ona od punktu (0, 0) i nie zauważyli na rysunku pierwszego odcinka łamanej, pokrywającego się z osią X. Przy takim przeoczeniu odcinki o numerach nieparzystych wydają się pionowe, a odcinki o numerach parzystych – poziome. I tym samym pierwsze oceniane zdanie wydaje się nieprawdziwe.

Nietypowe wybory uczniów w tym zadaniu skutkują tym, że jest ono słabo skorelowane z całym testem. Zadanie nie nadaje się także do różnicowania uczniów słabych i średnich. Pracuje ono zadowalająco tylko dla uczniów najlepszych.



W dwóch najsłabszych szkołach zadanie rozwiązało poprawnie po 23% uczniów (dwukrotnie mniej, niż wynosiła średnia). W pozostałych szkołach średnie wyniki zawierają się między 25% a 75%.

Zadanie 11.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Łamana złożona z początkowych 7 odcinków ma długość 16.	**P**	**F**
Długość setnego odcinka łamanej jest równa 100.	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: PF

Wymagania ogólne: I. Wykorzystanie i tworzenie informacji. V. Rozumowanie i argumentacja.

Wymagania szczegółowe: *Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* Uczeń rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do obliczeń na liczbach naturalnych.

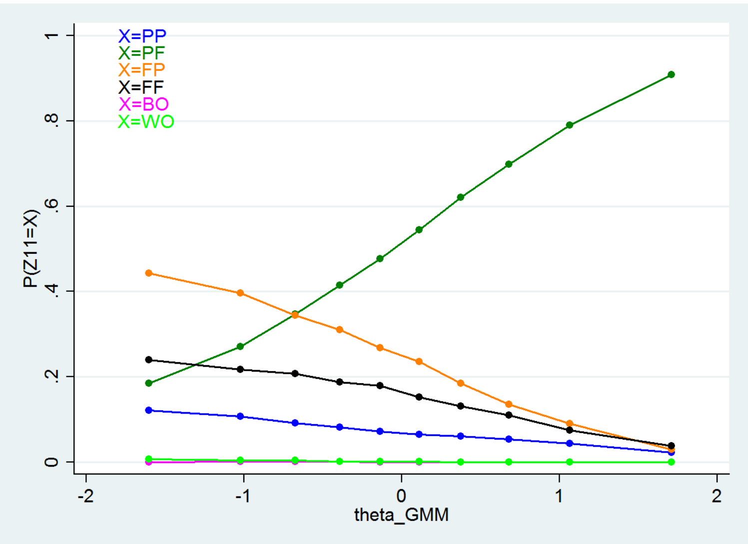
Zadanie to jest drugim z wiązki zadań. Sprawdza, podobnie jak zadanie poprzednie, czy uczeń potrafi odczytać informacje z rysunku i przeprowadzić proste rozumowanie.

Aby ocenić prawdziwość pierwszego zdania wystarczy odczytać z rysunku długości siedmiu pierwszych odcinków i dodać do siebie te liczby. Uczeń może też policzyć palcem, ile odcinków jednostkowych mieści się w siedmiu pierwszych odcinkach łamanej i w ten sposób zweryfikować prawdziwość zdania.

Ocena drugiego zdania wymaga od ucznia określenia zależności między numerem odcinka a jego długością. Jednakże, aby dostrzec, że setny odcinek nie może mieć długości 100, uczeń nie musi tej zależności zapisać algebraicznie. Wystarczy, że wypisze długości kilku kolejnych początkowych odcinków: 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4… i zauważy, że długości odcinków nie są równe numerom tych odcinków.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 53% uczniów.

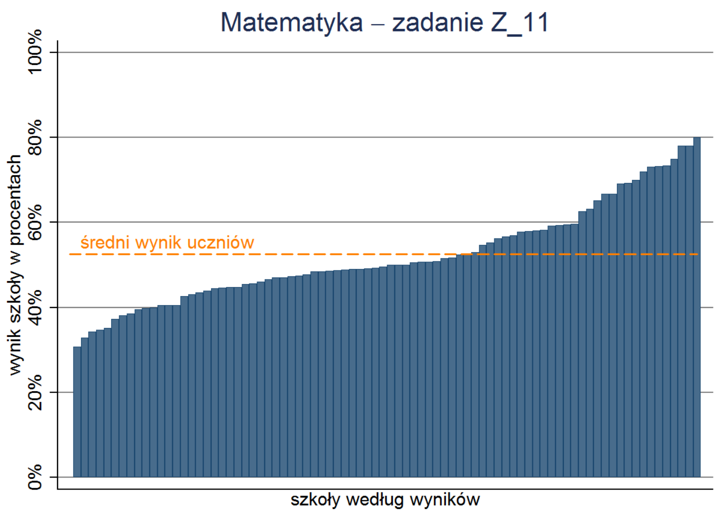
Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: PP – 7%, FP – 24%, FF – 15% uczniów.



Wykres pokazuje, że prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi PF systematycznie rośnie od wartości około 0,2 dla uczniów najsłabszych do 0,9 dla uczniów najlepszych. Podobnie prawdopodobieństwo udzielenia błędnych odpowiedzi systematycznie maleje wraz ze wzrostem umiejętności uczniów.

Warto również zauważyć, jak często wśród wszystkich uczniów wybierane były odpowiedzi FP i FF. Łącznie odsetek tych dwóch odpowiedzi jest równy 39%, a wśród uczniów najsłabszych aż 70%. Oznacza to, że około 40 % wszystkich uczniów i aż 70% uczniów najsłabszych zrobiło błąd, obliczając, ile wynosi suma siedmiu początkowych odcinków łamanej. Prawdopodobne wyjaśnienie tej sytuacji jest takie samo, jak dla poprzedniego zadania – uczniowie nie dość uważnie przeczytali tekst poprzedzający rysunek łamanej i nie zauważyli pierwszego odcinka łamanej, pokrywającego się z osią X. W takim przypadku długości pierwszych siedmiu odcinków łamanej są inne i inna niż 16 jest również ich suma.

Zadanie jest jednym z najlepiej skorelowanych z całym testem. Ma ono średni poziom trudności i dobrze różnicuje uczniów w całym zakresie umiejętności.



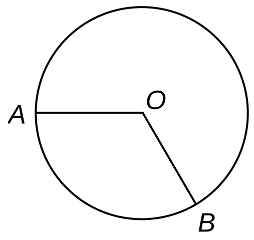
W tym zadaniu nie ma szkół wyróżniających się szczególnie niskimi lub szczególnie wysokimi wynikami w porównaniu do pozostałych szkół – wszystkie średnie wyniki zawierają się między 30% a 80%, przy średniej równej 53%.

Zadanie 12.

Do okręgu o środku *O* należą punkty *A* i *B*. Okrąg ma długość 54, a łuk *AB* ma długość 18.

Jaką miarę ma kąt środkowy oparty na tym łuku?

Wybierz odpowiedź spośród podanych.



A. 72º

B. 120º

C. 150º

D. 240º

Poprawna odpowiedź: B

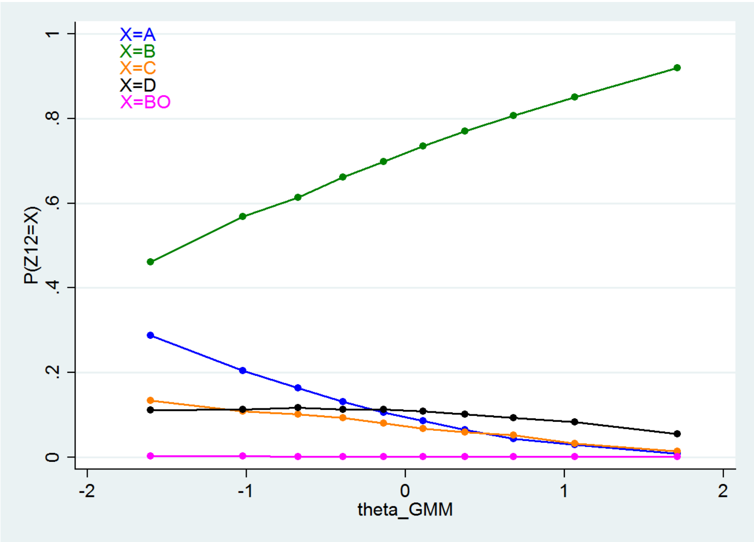
Wymaganie ogólne: II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.

Wymaganie szczegółowe: 10. Figury płaskie. Uczeń: 4) rozpoznaje kąty środkowe; 5) oblicza długość okręgu i łuku okręgu.

Jest to typowe zadanie rachunkowe sprawdzające znajomość zależności między długością łuku a kątem środkowym opartym na tym łuku. Rysunek w zadaniu nie jest konieczny, ma jednak ułatwić uczniowi zrozumienie opisanej sytuacji. Warto zauważyć, że na rysunku łuk nie został zaznaczony – aby określić, którego kąta i łuku dotyczy pytanie, należy skorzystać z danych podanych w tekście zadania.

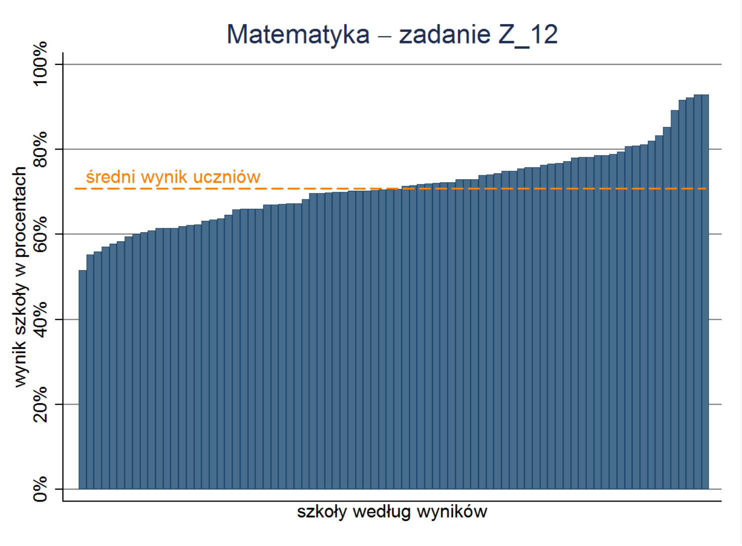
Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 71% uczniów. Jest to zatem jedno z najłatwiejszych zadań w arkuszu.

Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: A. – 11%, C. – 8%, D. – 10% uczniów.



Na wykresie widać, że nawet najsłabsi uczniowie z większym prawdopodobieństwem wybierali odpowiedź poprawną B niż którąkolwiek z niepoprawnych oraz że wraz ze wzrostem ich umiejętności prawdopodobieństwo wyboru poprawnej odpowiedzi systematycznie rośnie. Widać również, że dla najsłabszych uczniów zadziwiająco atrakcyjna była niepoprawna odpowiedź A.

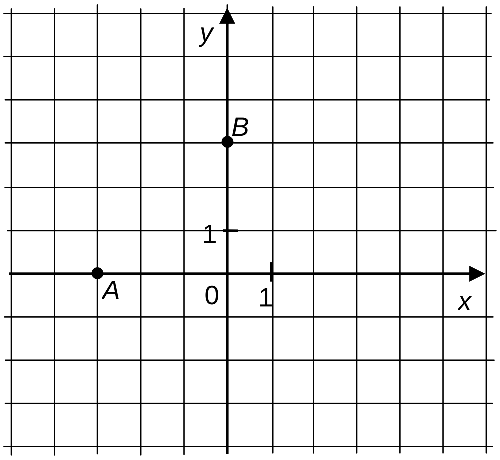
Było to zadanie bardzo łatwe, które nienajlepiej różnicowało uczniów i było dość słabo skorelowane z wynikiem w całym teście.



W tym zadaniu, podobnie jak w poprzednim, nie ma szkół wyróżniających się szczególnie niskimi lub szczególnie wysokimi wynikami w porównaniu do pozostałych szkół – przy średniej równej 71%, wszystkie średnie wyniki zawierają się między 50% a 95%.

Zadanie 13.

W układzie współrzędnych zaznaczono wierzchołki *A* i *B* czworokąta *ABCD*. Osie układu współrzędnych są osiami symetrii tego czworokąta.



Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Pole czworokąta *ABCD* jest równe

A. 9

B. 12

C. 18

D. 36

Poprawna odpowiedź: C

Wymaganie ogólne: III. Modelowanie matematyczne.

Wymaganie szczegółowe: 10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów; 17) rozpoznaje figury, które mają oś symetrii […].;

Aby rozwiązać to zadanie uczeń musi wykazać się znajomością pojęcia oś symetrii figury, a także umiejętnością wyznaczania wierzchołków czworokąta, gdy dane są osie symetrii tego czworokąta i dwa sąsiednie wierzchołki. Znajomość własności różnych czworokątów może ułatwić rozwiązanie tego zadania, ale nie jest konieczna.

Zadanie to można rozwiązać kilkoma sposobami.

I sposób

Uczeń oblicza pole trójkąta *ABO* i zauważa, że pole czworokąta jest czterokrotnie większe od pola tego trójkąta.

II sposób

Uczeń oblicza pole kwadratu o boku *AO* i zauważa, że pole czworokąta jest dwukrotnie większe od pola tego kwadratu.

III sposób

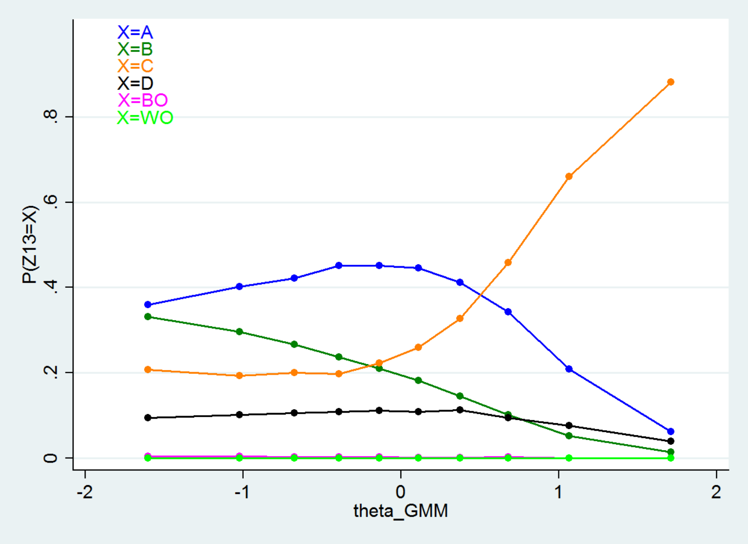
Uczeń zauważa, że przekątne są równej długości, przecinają się pod kątem prostym oraz dzielą się na połowy, zatem czworokąt, o którym mowa w zadaniu, jest kwadratem. Następnie stosuje wzór na pole kwadratu, gdy dana jest długość jego przekątnej.

IV sposób

Uczeń dostrzega, że czworokąt, o którym mowa w zadaniu, jest kwadratem, oblicza długość boku tego kwadratu (np. z tw. Pitagorasa) i stosuje wzór na pole kwadratu, gdy dana jest długość boku tego kwadratu.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 36% uczniów.

Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: A. – 36%, B. – 18%, D. – 10% uczniów.



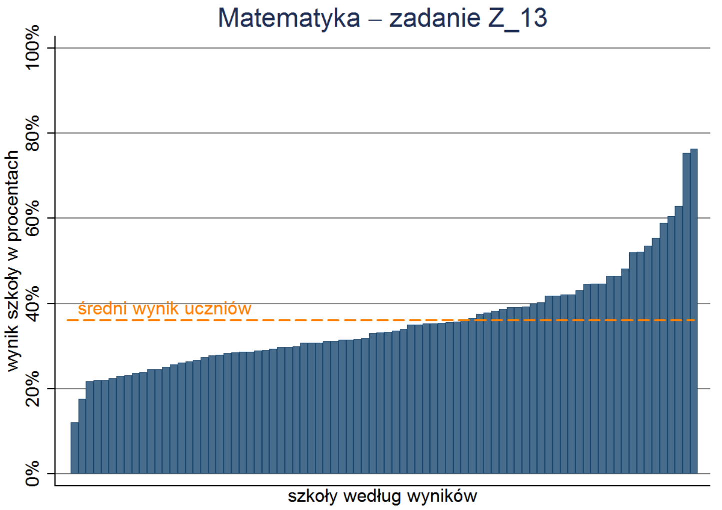
Wykres pokazuje, że uczniowie słabsi i średni z bardzo zbliżonym prawdopodobieństwem wybierali poprawną odpowiedź C – wynosiło ono około 0,2. Dopiero wśród uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie prawdopodobieństwo to zaczyna wyraźnie rosnąć i dla uczniów najlepszych osiąga wartość prawie 0,9.

Spośród odpowiedzi niepoprawnych najrzadziej wybierana była odpowiedź D. Warto zauważyć, że wybór tej odpowiedzi praktycznie nie zależy od umiejętności uczniów – szansa na wybór tej odpowiedzi wynosi około 0,1 w 9 decylach na 10.

Zupełnie inaczej ma się sprawa z odpowiedzią B – prawdopodobieństwo jej wybrania wraz ze wzrostem umiejętności systematycznie maleje od około 0,35 do 0.

Jeszcze inaczej wygląda wykres dla niepoprawnej odpowiedzi A – prawdopodobieństwo wybrania tej odpowiedzi rośnie wraz ze wzrostem umiejętności uczniów – od ponad 0,35 dla uczniów najsłabszych do około 0,45 dla uczniów średnich. Dopiero wśród uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie prawdopodobieństwo to zaczyna wyraźnie maleć i dla uczniów najlepszych osiąga wartość poniżej 0,1.

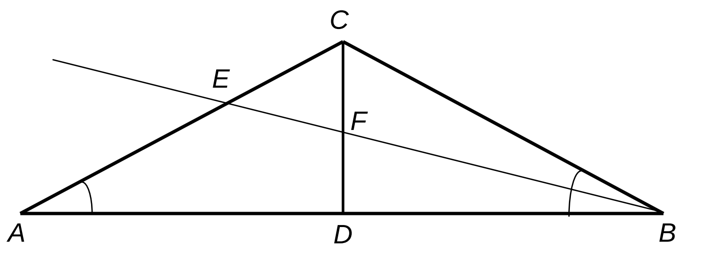
Taki „nienormalny” przebieg wykresów zarówno dla poprawnej odpowiedzi C jak i dla niepoprawnych A i D skutkuje tym, że zadanie źle „pracuje” w grupie uczniów słabych i średnich. Jest ono raczej nieudane z punktu widzenia pomiarowego, natomiast co dziwne, dość dobrze koreluje z całym testem.



W najsłabszej szkole zadanie to rozwiązało tylko 12% uczniów, czyli trzy razy mniej niż średnia dla wszystkich szkół równa 36%. W kolejnej wyraźnie słabszej szkole wynik był równy 17%. Z kolei w dwóch wyraźnie najlepszych szkołach zadanie rozwiązało 75% i 76% uczniów. Wyniki pozostałych szkół mieściły się w zakresie między 20% a 62%.

Zadanie 14.

W trójkącie równoramiennym *ABC*, w którym |*AC*| = |*BC*| i |∢*ABC*| = 30° poprowadzono wysokość *CD* i dwusieczną kąta *ABC* przecinającą bok *AC* w punkcie *E*. Wysokość i dwusieczna przecinają się w punkcie *F*.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

|∢*BEC*| = 45°	**P**	**F**
|*EF*| = |*EC*|	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: PF

Wymaganie ogólne: I. Wykorzystanie i tworzenie informacji; IV. Użycie i tworzenie strategii.

Wymaganie szczegółowe: *Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* Uczeń: stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta; oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów. 10. Figury płaskie. Uczeń: 18) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta

Aby rozwiązać to zadanie, uczeń musi znać pojęcia trójkąt równoramienny, dwusieczna kąta i wysokość trójkąta oraz rozumieć ich własności. Zadanie wymaga od ucznia także wykorzystania twierdzenia o kątach przy podstawie w trójkącie równoramiennym oraz twierdzenia o sumie miar kątów wewnętrznych w trójkącie, a także dostrzegania zależności między kątami w różnych trójkątach.

Możliwe są różne strategie rozwiązania tego zadania.

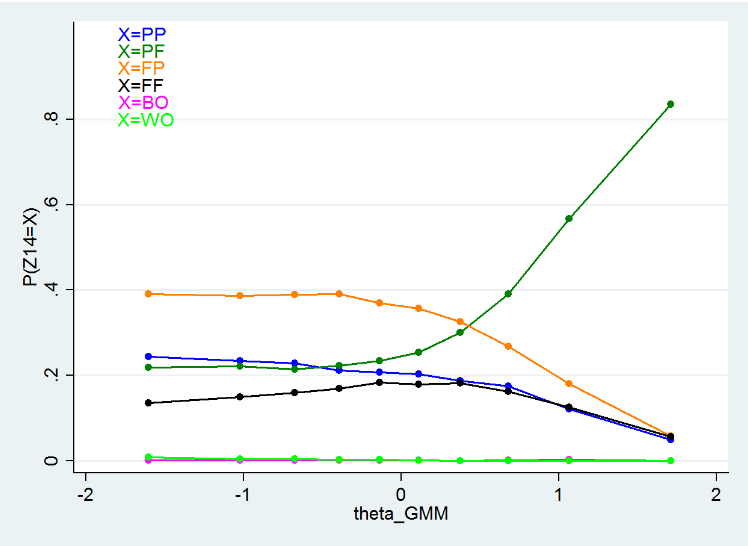
Aby ocenić prawdziwość pierwszej równości można na przykład znaleźć miary pozostałych dwóch kątów w trójkącie BEC.

Z kolei aby ocenić prawdziwość drugiej równości trzeba skorzystać z twierdzenia o kątach przy podstawie w trójkącie równoramiennym i sprawdzić, czy miary kątów ECF i EFC są równe. Aby to sprawdzić, trzeba wykonać kilka kroków i znaleźć miary kilku kątów, na przykład w trójkątach BCD i BFD.

Ocena prawdziwości pierwszego zdania wydaje się zatem znacznie prostsza.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 35% uczniów.

Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: PP – 19%, FP – 31%, FF – 15% uczniów.

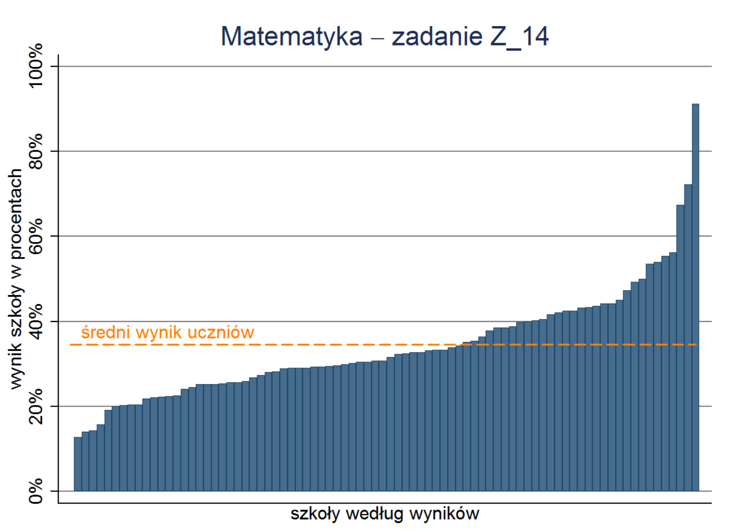


Jest to kolejne zadanie, w którym odpowiedzi uczniów najsłabszych, średnio słabych i średnich praktycznie nie różnią się od siebie. Prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi PF wynosi dla nich wszystkich nieco ponad 0,2. Także prawdopodobieństwa udzielenia każdej z niepoprawnych odpowiedzi prawie nie zmieniają się w tej grupie uczniów. Dopiero wśród uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi szybko rośnie i dla uczniów najlepszych osiąga wartość ponad 0,8.

Warto tez zauważyć, że wśród uczniów słabszych i średnich zdecydowanie największą szansę wybrania (równą około 0,4 – dwa razy większą niż szansa wybrania odpowiedzi poprawnej PF) miała odpowiedź FP, czyli odpowiedź, w której uczeń źle ocenił prawdziwość obu podanych zdań.

Spośród dwóch pozostałych odpowiedzi, w których prawdziwość tylko jednego zdania została źle oceniona, większa była szansa wskazania odpowiedzi PP niż FF. Czyli potwierdza się przypuszczenie, że ocena prawdziwości pierwszego podanego zdania była łatwiejsza.

Wykresy prawdopodobieństwa wyborów poszczególnych odpowiedzi pokazują, że zadanie nie różnicowało uczniów słabych i średnich. Natomiast bardzo silnie różnicowało uczniów o poziomie umiejętności wyższym niż średni.

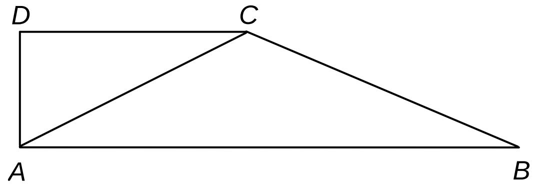


W tym zadaniu średni wynik był równy 36%. Cztery szkoły osiągnęły wynik ponad dwukrotnie słabszy od średniej czyli poniżej 18%. Wyróżniają się też trzy szkoły o wynikach znacznie wyższych niż inne szkoły. W najlepszej z nich to trudne zadanie poprawnie rozwiązało 91% uczniów, a w dwóch kolejnych 72% i 67%. W pozostałych szkołach wyniki mieszczą się w granicach 20%-56%.

Zadanie 15.

Dany jest trapez prostokątny *ABCD* o podstawach długości 22 cm, 10 cm i wysokości 5 cm.

Odcinek *AC* jest przekątną tego trapezu.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt *ABC* jest równoramienny.	**P**	**F**
Bok *BC* ma długość 12 cm.	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: FF

Wymaganie ogólne: I. Wykorzystanie i tworzenie informacji. V. Rozumowanie i argumentacja.

Wymaganie szczegółowe: *Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* Uczeń rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne. 10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa.

Jest to kolejne zadanie, w którym uczeń musi ocenić prawdziwość dwóch zdań. Sprawdza ono umiejętność korzystania z informacji i prowadzenia rozumowań.

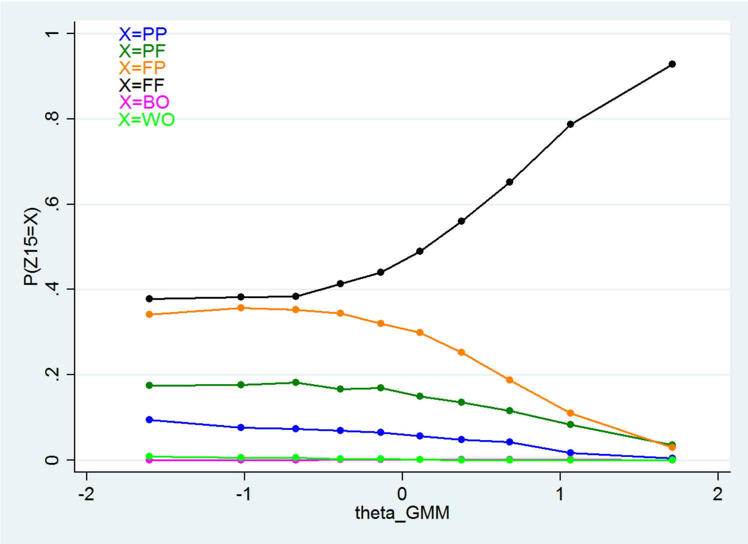
Aby ocenić prawdziwość obu podanych zdań uczeń może skorzystać z własności trapezu prostokątnego oraz własności trójkąta równoramiennego i zauważyć, że wysokość *CE* trójkąta *ABC* nie dzieli boku *AB* na połowy. A zatem trójkąt *ABC* nie jest równoramienny.

Dla oceny drugiego z podanych zdań wystarczy zauważyć jeszcze, że dłuższa przyprostokątna *BE* w powstałym trójkącie *CEB* ma długość 12 cm. A zatem przeciwprostokątna *CB* w tym trójkącie nie może mieć takiej samej długości.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 54% uczniów.

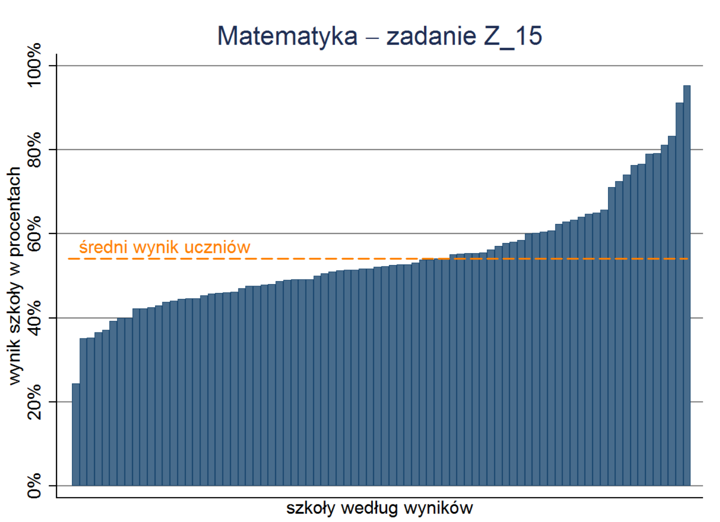
Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: PP – 6%, PF – 14%, FP – 26% uczniów.

Wykres pokazuje, że nawet najsłabsi uczniowie częściej wybierali poprawną odpowiedź FF niż którąkolwiek z pozostałych. Niestety, podobnie jak w kilku wcześniejszych zadaniach, prawdopodobieństwa wybrania zarówno poprawnej odpowiedzi, jak i pozostałych, przez kilka pierwszych decyli prawie nie zmienia się wraz ze wzrostem umiejętności uczniów.



Warto również zauważyć, jakie odpowiedzi wybierane były najczęściej: FF i FP. W obu poprawnie oceniona jest prawdziwość pierwszego podanego zdania. Łącznie prawdopodobieństwo wyboru tych odpowiedzi, począwszy od uczniów najsłabszych aż do trochę lepszych niż średni było prawie stałe i wynosiło około 0,75. Może to oznaczać, że część uczniów, szczególnie słabszych, oceniała prawdziwość tego zdania mierząc i porównując długości odcinków AC i BC, a nie na podstawie przeprowadzonego rozumowania.

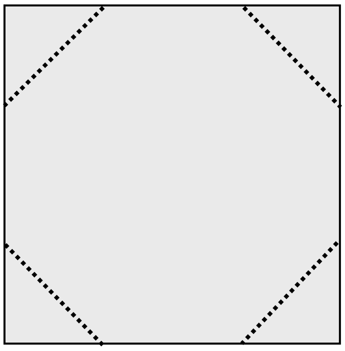
Zadanie praktycznie nie różnicuje uczniów słabych, natomiast dobrze różnicuje uczniów powyżej średniej.



W najsłabszej szkole zadanie rozwiązało poprawnie 24% uczniów (dwukrotnie mniej niż wyniosła średnia), a w dwóch najlepszych 91% i 95%. Pozostałe wyniki mieszczą się między 35% a 85%.

Zadanie 16.

Z kwadratowego kartonika odcięto naroża, tak jak pokazano na rysunku i otrzymano ośmiokąt foremny o bokach długości 4.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Kartonik był kwadratem o boku 12.	**P**	**F**
Suma pól odciętych naroży jest równa 16.	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: FP

Wymaganie ogólne: V. Rozumowanie i argumentacja.

Wymaganie szczegółowe: 10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów

Również w tym zadaniu uczeń musi ocenić prawdziwość dwóch zdań. Aby dobrze zrozumieć sytuację opisaną w zadaniu i to, w jaki sposób zostały odcięte naroża uczeń musi znać pojęcie wielokąta (ośmiokąta) foremnego.

Zadanie można rozwiązać na kilka sposobów. Pierwszy z podanych sposobów wymaga bardziej skomplikowanych obliczeń, drugi – tylko kilku prostych rachunków, a trzeci – żadnych obliczeń poza mnożeniem $4 \cdot 4$.

I sposób

Uczeń zauważa, że długość boku ośmiokąta foremnego jest równa przeciwprostokątnej równoramiennego trójkąta prostokątnego. Oblicza (np. z tw. Pitagorasa lub zależności miedzy bokiem a przekątną w kwadracie) długość przyprostokątnej tego trójkąta, a następnie długość boku kwadratu wyjściowego (kwadratowego kartonika przed odcięciem naroży).
Aby obliczyć sumę pól naroży oblicza pole jednego trójkąta i mnoży je przez 4.

II sposób

Podobnie jak w I sposobie uczeń zauważa, że długość boku ośmiokąta foremnego jest równa przeciwprostokątnej równoramiennego trójkąta prostokątnego. Ponieważ jest ona równa 4, więc długość przyprostokątnej wyraża się liczbą niewymierną (uczeń nie musi wprost pisać, że jest to liczba niewymierna, używając nazwy tego pojęcia). Dalej zauważa, że suma dwóch jednakowych liczb niewymiernych i jednej wymiernej jest liczbą niewymierną, zatem nie może być równa 12.
Aby odpowiedzieć na drugie pytanie uczeń zauważa, że dwa naroża tworzą kwadrat i oblicza pole tego kwadratu korzystając ze wzoru na pole kwadratu, gdy dana jest długość jego przekątnej. Suma pól wszystkich odciętych naroży będzie równa polu dwu takich kwadratów.

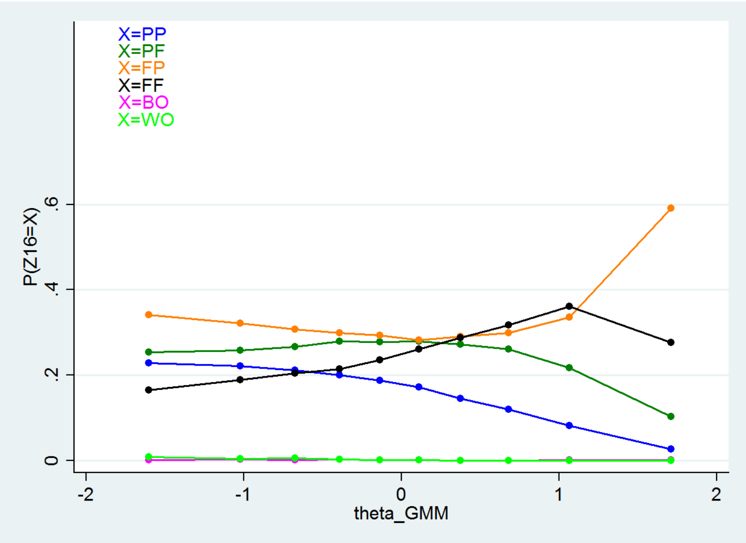
III sposób

Podobnie jak w poprzednich sposobach uczeń zauważa, że długość boku ośmiokąta foremnego jest równa przeciwprostokątnej równoramiennego trójkąta prostokątnego. Gdyby przed odcięciem naroży kartonik miał bok 12, to przyprostokątne odciętych trójkątów byłyby równe 4. A to jest niemożliwe, ponieważ w każdym z tych trójkątów to przeciwprostokątna jest równa 4.

Aby odpowiedzieć na drugie pytanie uczeń zauważa, że cztery naroża złożone razem tworzą kwadrat o boku 4.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 34% uczniów.

Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: PP – 16%, PF – 25%, FF – 25% uczniów.

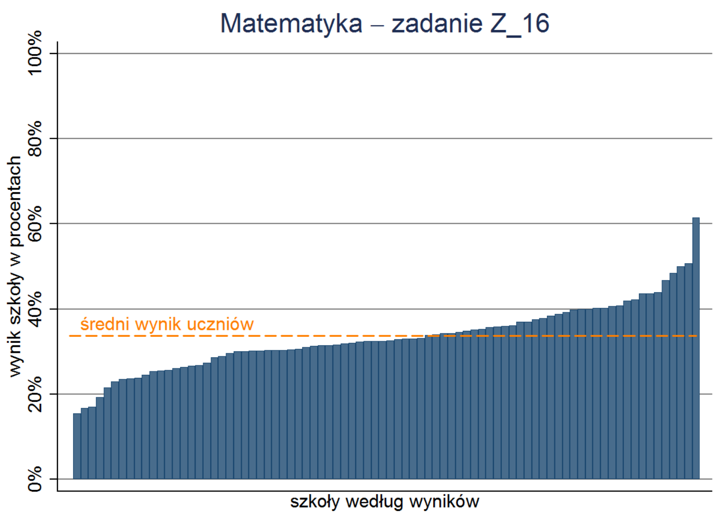


Krzywe ilustrujące wybory poszczególnych odpowiedzi pokazane na tym wykresie wyglądają bardzo niepokojąco.

Wśród uczniów najsłabszych poprawna odpowiedź FP była wybierana najczęściej spośród wszystkich możliwych z prawdopodobieństwem około 0,35. Niestety wraz ze wzrostem umiejętności uczniów prawdopodobieństwo wyboru tej odpowiedzi maleje, zamiast rosnąć. Taka tendencja spadkowa trwa aż do 6. decyla. Później w trzech kolejnych decylach prawdopodobieństwo minimalnie rośnie i dopiero w ostatnim decylu, wśród uczniów najlepszych, wzrasta wyraźnie i osiąga wartość 0,6.

Jeszcze bardziej nietypowo wygląda wykres odpowiedzi FF. Uczniowie, którzy wybrali tę odpowiedź poprawnie ocenili prawdziwość pierwszego zdania, a niepoprawnie drugiego. Prawdopodobieństwo wyboru tej odpowiedzi konsekwentnie i szybko rośnie wraz ze wzrostem umiejętności uczniów aż do 9. decyla (!) – od wartości mniej niż 0,2 do prawie 0,4. Wydaje się więc, że powodem coraz rzadszego wybierania odpowiedzi poprawnej FP w kolejnych decylach jest błąd w ocenie drugiego zdania, czyli obliczeniu sumy pól naroży. Ale jaka jest przyczyna, że tak wielu uczniów, wśród nich 40% uczniów bardzo dobrych, nie umie obliczyć sumy pól czterech połówek kwadratu?

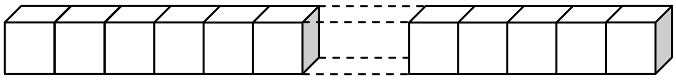
Jak łatwo przewidzieć, zadanie w którym odpowiedzi rozkładają się w tak nieoczekiwany sposób nie może mieć dobrych własności pomiarowych. Zadanie to bardzo słabo koreluje również z całym testem i obniża rzetelność testu jako całości.



W tym trudnym zadaniu wyróżnia się jedna szkoła o najwyższym wyniku 61%. Pozostałe szkoły osiągnęły wyniki mieszczące się między 15% a 50%. Jest to jedno z zadań o najmniej zróżnicowanych wynikach.

Zadanie 17.

Sześcian o objętości 1 m^3 rozcięto na sześciany o krawędzi 1 cm. Gdyby wszystkie otrzymane sześciany ustawiono jeden za drugim, tak jak na rysunku, to powstałby prostopadłościan.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeżeli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Jedna z krawędzi powstałego prostopadłościanu miałaby długość 10 km.	**P**	**F**
Objętość prostopadłościanu byłaby 100 razy większa od objętości początkowego sześcianu.	**P**	**F**

Poprawna odpowiedź: PF

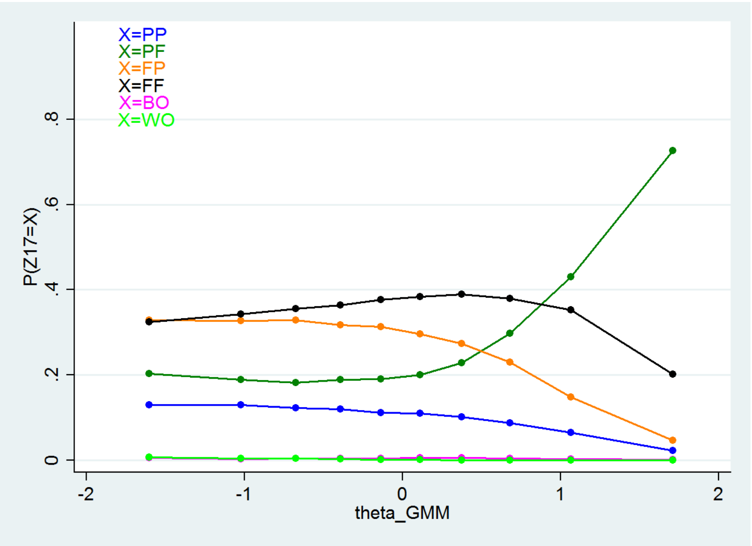
Wymaganie ogólne: IV. Użycie i tworzenie strategii.

Wymaganie szczegółowe: *Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* Uczeń: – stosuje jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, dm^3, m^3, cm^3, mm^3; – zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr..

Jest to zadanie, z którym powinni poradzić sobie nawet uczniowie o niskich umiejętnościach. Wymaga ono bowiem właściwie wyłącznie zrozumienia pojęcia objętości i zamiany jednostek.

Aby ocenić poprawność pierwszego zdania wystarczy mieć świadomość, że sześcian o objętości 1 m3 to inaczej sześcian o krawędzi 100 cm. A zatem składa się on ze 100 x 100 x 100 sześcianów o krawędzi 1 cm. Po ustawieniu ich jeden za drugim otrzymalibyśmy prostopadłościan o jednej krawędzi długości 1 000 000 cm. Teraz wystarczy zamiana jednostek i obliczamy, że długość tej krawędzi wynosiłaby 10 kilometrów.

Jeśli uczeń błędnie odpowie na drugie pytanie, to oznacza, że nie rozumie pojęcia objętość. Nie wie, że jeśli bryłę „pokroi się”, a potem znów „poskłada” z tych samych kawałków, to jej objętość nie ulegnie zmianie. Jeśli uczeń poszukując odpowiedzi na drugie pytanie będzie korzystał ze wzorów, to oznacza, że nie myśli, tylko działa rutynowo i mechanicznie.



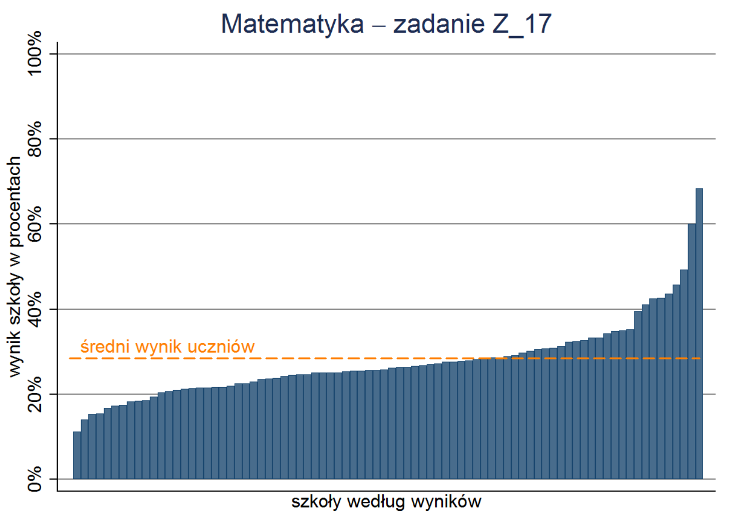
Niestety, wbrew oczekiwaniom, zadanie okazało się jednym z najtrudniejszych w zestawie. Zostało ono poprawnie rozwiązane zaledwie przez 28% uczniów.

Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: PP – 10%, FP – 26%, FF – 35% uczniów.

Już ogólny wynik tego zadania zadziwia, okazało się ono bowiem nadspodziewanie trudne. Ale najbardziej zatrważające wnioski można wyciągnąć analizując odpowiedzi uczniów na pytanie o objętość powstałego prostopadłościanu. Uczniowie, którzy wybrali odpowiedź PP lub FP sądzą, że „objętość prostopadłościanu byłaby 100 razy większa od objętości początkowego sześcianu”, czyli po prostu nie rozumieją pojęcia objętości. Niestety takich uczniów jest około 45% wśród uczniów najsłabszych i ich odsetek prawie nie maleje wraz z ogólnym poziomem umiejętności – do piątego decyla utrzymuje się na dokładnie tym samym poziomie 45%. Później zaczyna nieznacznie maleć, ale w ósmym decylu, czyli wśród uczniów znacznie lepszych niż średni nadal odsetek błędnych odpowiedzi na to pytanie wynosi ponad 30%. A może uczniowie robią w swoim rozumowaniu jakiś innego rodzaju błąd lub inaczej rozumieją podane zdanie?

Podobnie niepokojące są odpowiedzi uczniów na pierwsze pytanie o długość krawędzi prostopadło-ścianu. Wykres pokazuje, że niepoprawnie na to pytanie odpowiedziało między 60 a 70% uczniów w każdym decylu między pierwszym a ósmym. Jeśli za błędnymi odpowiedziami na to pytanie nie kryją się jakieś innego rodzaju, nieznane problemy, to oznacza to, że ponad połowa gimnazjalistów nie potrafi zamieniać jednostek długości.

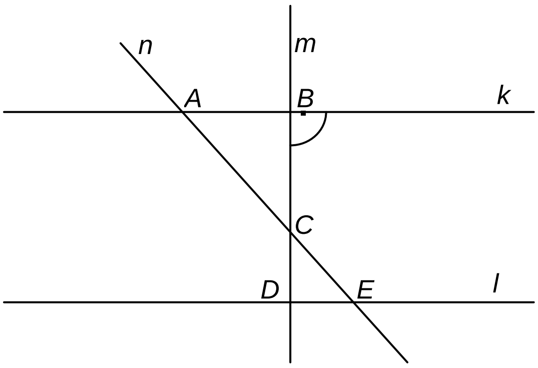
Zadanie jest bardzo trudne. Nie różnicuje ono w ogóle uczniów słabych i średnich. Bardzo dobrze różnicuje tylko uczniów dobrych o umiejętnościach powyżej połowy odchylenia standardowego powyżej średniej.



W tym trudnym zadaniu wyróżniają się dwie szkoły o najwyższym odsetku poprawnych rozwiązań – 68% i 60%. Oba te wyniki są ponad dwukrotnie wyższe niż średnia dla wszystkich szkół równa 28%. Najniższy wynik równy 10% jest z kolei prawie trzykrotnie niższy niż średnia. Pozostałe szkoły osiągnęły wyniki mieszczące się między 10% a 50%.

Zadanie 18.

Dwie proste równoległe *k* i *l* przecięto prostymi *m* i *n* w sposób przedstawiony na rysunku.



Czy trójkąty *ABC* i *EDC* są podobne? Wybierz odpowiedź T (tak) albo N (nie) oraz jej uzasadnienie spośród zdań oznaczonych literami A–C.

T	ponieważ	A.	te trójkąty mają wspólny wierzchołek.
		B.	te trójkąty mają boki różnej długości.
N		C.	te trójkąty mają odpowiednie kąty równej miary.

Poprawna odpowiedź: TC

Wymaganie ogólne: V. Rozumowanie i argumentacja.

Wymaganie szczegółowe: 10. Figury płaskie. Uczeń: 1) korzysta ze związków między kątami utworzonymi przez prostą przecinającą dwie proste równoległe; 15) korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych

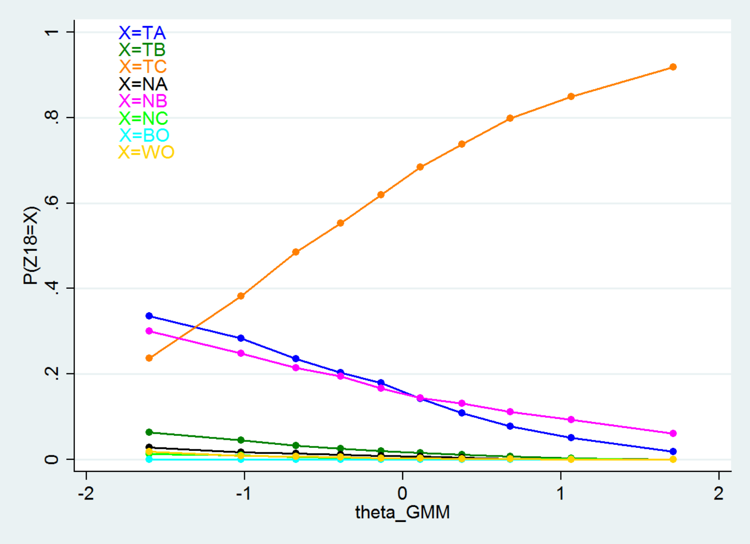
Zadanie sprawdza, czy uczeń potrafi rozpoznać trójkąty podobne oraz, co ważniejsze, czy potrafi dobrać właściwe argumenty aby uzasadnić swoje stwierdzenie.

Uczeń, który wie, jakie warunki muszą spełniać trójkąty, aby były podobne, powinien zaznaczyć odpowiedź TC. Dość typowa jest jednak sytuacja, że uczeń widzi, że te trójkąty są podobne w czysto intuicyjnym sensie, ale nie pamięta lub nie zna właściwego uzasadnienia tego swojego przekonania. Tacy uczniowie najczęściej upatrują przyczyny widocznego dla nich podobieństwa tych trójkątów w fakcie, że mają one wspólny wierzchołek. Ci uczniowie wybiorą odpowiedź TA. Jeszcze inni uczniowie w ogóle nie widzą podobieństwa tych trójkątów lub mylą podobieństwo z przystawaniem i wybierają odpowiedź N. Jedynym pasującym do tej odpowiedzi uzasadnieniem jest argument B.

Pozostałe kombinacje liter nie mają sensu – pokazują raczej, że uczeń zupełnie nie myśli lub że strzela.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane aż przez 63% uczniów.

Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: TA. – 16%, TB. – 2%, NA. – 1%, NB. – 17%, NC. – 1% uczniów.



Pierwszy wniosek, który narzuca się patrząc na wyniki tego zadania, to że dla uczniów nie miało znaczenia, że zadanie ma nową, mało jeszcze znaną formę. Świadczy o tym porównanie odsetków uczniów pomijających zadania oraz odsetków uczniów udzielających wielokrotnych odpowiedzi (na przykład zaznaczających w tym zadaniu jednocześnie trzy litery: T, A i C).

W pozostałych zadaniach zamkniętych w arkuszu odsetek wielokrotnych odpowiedzi waha się miedzy 0 a 0,3%, co oznacza, że od 0 do 20 uczniów na ponad 6300 biorących udział w badaniu udzieliło w tych zadaniach więcej niż jednej odpowiedzi. W tym zadaniu odsetek wynosi 0,5%, co przekłada się na około 30 uczniów.

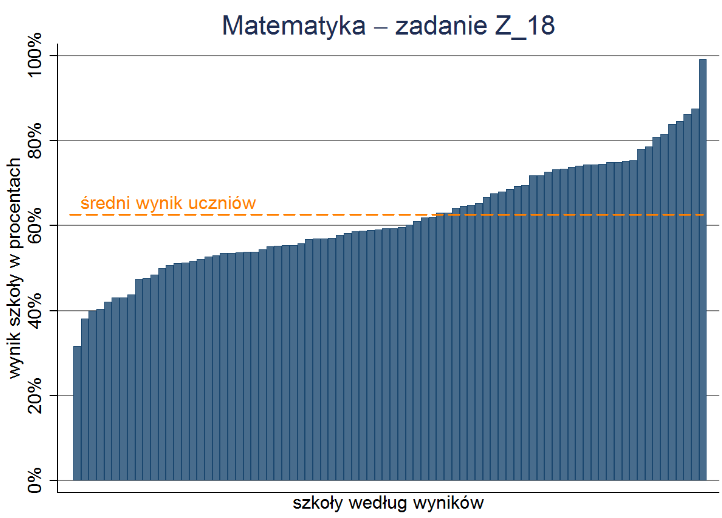
Z kolei odsetek pominięć w innych zadaniach zamkniętych waha się między 0 a 0,6%, czyli od 0 do 40 uczniów. Ale z kolei w tym zadaniu odsetek pominięć wyniósł 0, co oznacza, że zadanie zostało pominięte przez co najwyżej 3 osoby (większa liczba uczniów zaokrągla się już do 0,1%).

Wynika stąd, że sumarycznie podobna liczba uczniów miała problem „techniczny” z rozwiązaniem tego zadania, jak z innymi zadaniami zamkniętymi w zestawie.

Drugi budujący wniosek z analizy wyników tego zadania jest taki, że uczniowie właściwie nie „strzelają”. Każda bowiem z odpowiedzi często wybieranych przez uczniów: TA – 16%, TC – 63% i NB – 17% ma swoje sensowne uzasadnienie i wynika z konkretnych błędów popełnianych przez uczniów. Natomiast pozostałe kombinacje liter są wewnętrznie niespójne i ich wybór może świadczyć o zaznaczaniu czegokolwiek na chybił trafił. I takich bezsensownych wyborów jest łącznie zaledwie 4%.

Patrząc na przebieg krzywych na wykresie widzimy, że układają się one tak, jak można by oczekiwać. Skupiając się tylko na odpowiedziach „sensownych”: TA, TC i NB widzimy, że uczniowie najsłabsi częściej wybierają odpowiedzi niepoprawne niż poprawną TC. Natomiast wraz ze wzrostem umiejętności prawdopodobieństwo wyboru odpowiedzi poprawnej szybko rośnie i dla najlepszych osiąga już wartość ponad 0,9.

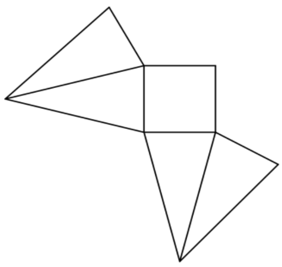
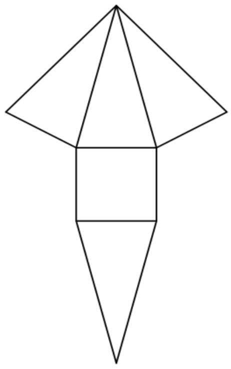
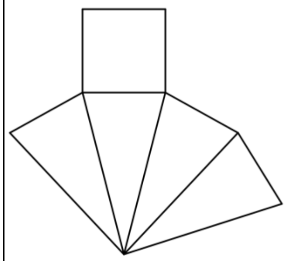
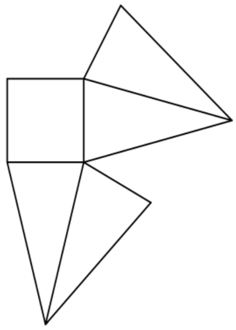
Patrząc na wybory odpowiedzi uczniów w tym zadaniu widać, że zadanie było dość łatwe i dobrze różnicowało uczniów słabszych i średnich. Było ono również stosunkowo dobrze skorelowane z wynikiem w całym teście.



W najsłabszej szkole zadanie rozwiązało poprawnie 32% uczniów (dwukrotnie mniej niż wyniosła średnia). W kolejnej szkole wynik był równy 38%. Pozytywnie wyróżnia się jedna szkoła z wynikiem 99%. W pozostałych szkołach zadanie rozwiązało poprawnie od 40% do 90% uczniów.

Zadanie 19.

Który z poniższych rysunków nie może być siatką ostrosłupa prawidłowego czworokątnego? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

			
A.	**B.**	**C.**	**D.**

Poprawna odpowiedź: D

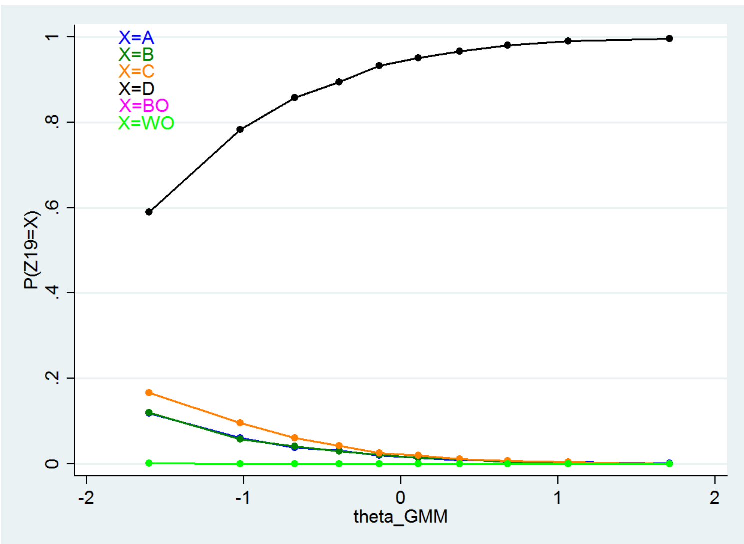
Wymaganie ogólne: II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji

Wymaganie szczegółowe: *Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* Uczeń rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów.

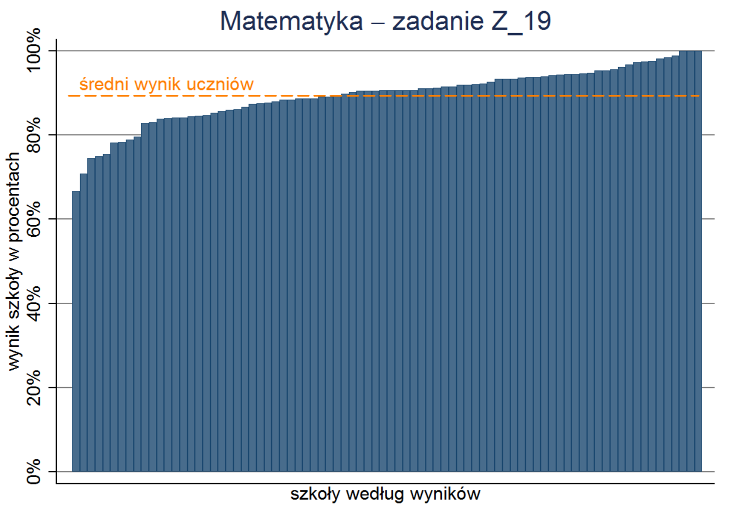
Z tym zadaniem powinien poradzić sobie każdy uczeń, również ten o niskich umiejętnościach. Może je rozwiązać nawet uczeń, który nie pamięta pojęcia ostrosłupa prawidłowego czworokątnego i jego własności, ale potrafi budować z siatek modele brył i ma wyobraźnię przestrzenną. Zadanie sprawdza umiejętność rozpoznawania siatek ostrosłupów, która była nabywana i rozwijana jeszcze w szkole podstawowej. Pewnym utrudnieniem mogła być forma przecząca „nie może być” występująca w treści zadania.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane aż przez 89% uczniów. Jest to zdecydowanie najłatwiejsze zadanie w arkuszu.

Błędne odpowiedzi wybierało odpowiednio: A. – 3%, B. – 3%, C. – 4% uczniów.



Wykres potwierdza, że zadanie było bardzo łatwe nawet dla bardzo słabych uczniów – prawdopodobieństwo wybrania poprawnej odpowiedzi było dla nich równe 0,6. Zadanie różnicuje wyłącznie uczniów najsłabszych i słabo koreluje z całym testem.



Jest to jedno z zadań o najmniejszym zróżnicowaniu wyników. Trochę słabsze wyniki w przedziale 67% - 80% osiągnęło 9 szkół. W pozostałych 73 szkołach zadanie rozwiązało prawidłowo ponad 80% uczniów, a w 3 z nich wszyscy uczniowie – 100%.

Zadanie 20.

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.
Jeżeli długość każdej krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego zwiększymy 2 razy, a jego wysokość zmniejszymy 2 razy, to objętość ostrosłupa

A. zwiększy się czterokrotnie.
B. zwiększy się dwukrotnie.
C. zmniejszy się dwukrotnie.
D. nie zmieni się.

Poprawna odpowiedź: B

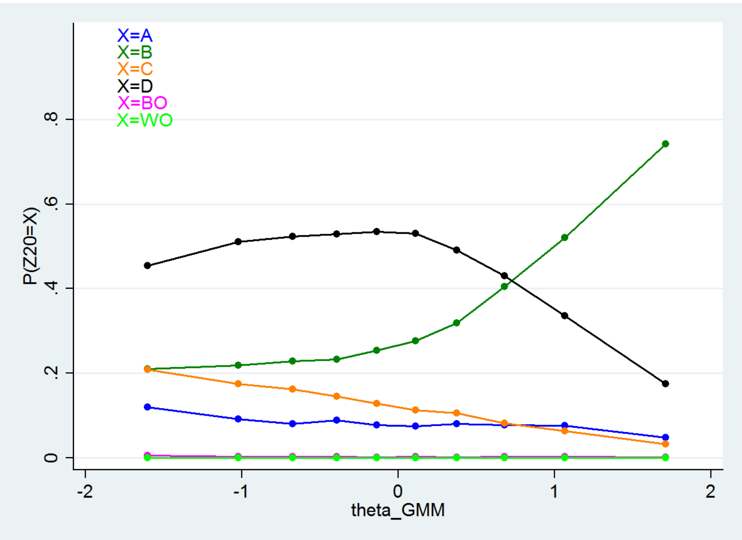
Wymaganie ogólne: II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.

Wymaganie szczegółowe: 11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego, ostrosłupa, walca, stożka, kuli (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).

Zadanie to sprawdza umiejętność dostrzegania związków pomiędzy objętością bryły a jej wysokością i długościami krawędzi podstawy. Można je rozwiązać różnymi sposobami. Niektórzy uczniowie mogą rozpatrywać szczególne przypadki, przyjmując że długość krawędzi podstawy i wysokość wyrażają się konkretnymi liczbami. Inni mogą korzystać wprost ze wzoru zauważając, że jeżeli długość każdej krawędzi podstawy zwiększymy 2 razy to pole podstawy ostrosłupa zwiększy się czterokrotnie. Jeśli zatem dodatkowo wysokość zmniejszymy 2 razy, to objętość ostrosłupa zwiększy się dwukrotnie.

Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 34% uczniów.

Błędne odpowiedzi wskazywało odpowiednio: A. – 8%, C. – 12%, D. – 45% uczniów.

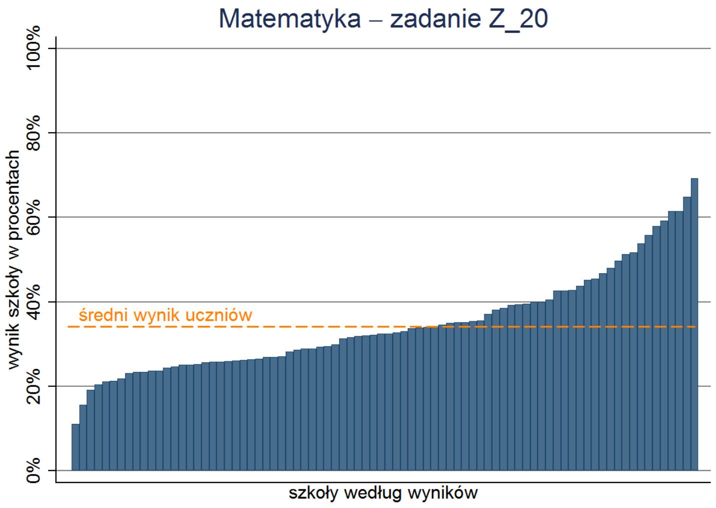


Wykres pokazuje, że było to dość trudne zadanie. Wśród najsłabszych uczniów prawdopodobieństwo wyboru poprawnej odpowiedzi wynosiło około 0,2 i niestety bardzo powoli rosło wraz ze wzrostem umiejętności uczniów: dla średnich uczniów wynosiło nieco ponad 0,25, w ósmym staninie dochodzi dopiero do 0,4 i nawet wśród uczniów najlepszych nie osiąga wartości 0,8.

Nietypowo wygląda wykres odpowiedzi D. Jest to stanowczo najczęściej wybierana odpowiedź zarówno przez uczniów słabych, średnich, jak i lepszych niż średni. To, co najbardziej niepokojące, to fakt, że prawdopodobieństwo wyboru tej odpowiedzi rośnie wraz ze wzrostem umiejętności uczniów.

Pozostałe dwie niepoprawne odpowiedzi są znacznie rzadziej wybierane i szanse ich wyboru maleją wraz ze wzrostem umiejętności uczniów.

Analizując odpowiedzi uczniów widać, że zadanie nie różnicuje w ogóle uczniów słabych, natomiast dobrze różnicuje uczniów o umiejętnościach powyżej średniej.



W tym trudnym zadaniu jedna szkoła osiągnęła wynik 69% – dwukrotnie wyższy niż średnia dla wszystkich szkół równa 34%. W dwóch szkołach wyniki były ponad dwukrotnie niższe niż średnia i wynosiły 11% i 15%. W pozostałych szkołach zadanie rozwiązało poprawnie między 19% a 61% uczniów.

Zadania otwarte

Zadanie 21.

Na zakup biletów do kina klasa 3a zebrała 360 zł, klasy 3b i 3c po 300 zł, a klasa 3d – 240 zł. Szkole udzielono rabatu i wszystkie bilety kosztowały 1000 zł. Uzyskany rabat podzielono między cztery klasy proporcjonalnie do zebranych kwot. Jaką kwotę zwrócono klasie 3a? Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne: I. Wykorzystanie i tworzenie informacji. IV. Użycie i tworzenie strategii.

Wymaganie szczegółowe: 1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.).

Rozwiązanie

Zadanie wymaga uważnego zinterpretowania związków między podanymi w nim informacjami. Mogli mieć z nim trudności uczniowie, którzy nie mają zaufania do własnego rozumowania i przyzwyczaili się do rozwiązywania zadań tekstowych wyłącznie za pomocą narzędzi algebraicznych: równań lub układów równań.

Zadanie można rozwiązać na wiele sposobów, ale każdy z nich wymaga rozumienia, jak związane są ze sobą wielkości proporcjonalne. Poniżej przedstawiamy kilka przykładowych rozwiązań, ale możliwe są jeszcze inne sposoby, stanowiące kompilacje elementów pochodzących z rozwiązań przedstawionych poniżej.

<u>I przykładowe rozwiązanie</u>

Wszystkie klasy zebrały razem 1200 zł. Zniżka dla szkoły wynosi 200 zł, zatem szkoła płaci $\frac{1000}{1200} = \frac{5}{6}$ zebranej kwoty. Stąd wniosek, że każda klasa płaci $\frac{5}{6}$ zebranych pieniędzy, więc dostanie zwrot $\frac{1}{6}$ wpłaconej kwoty. Zatem klasa 3a otrzyma zwrot $\frac{1}{6} \cdot 360$ zł = 60 zł.

<u>II przykładowe rozwiązanie</u>

Zebrane kwoty przez poszczególne klasy to: 360 zł, 300 zł, 300 zł, 240 zł. Razem zebrano 1200 zł.
Zniżka dla szkoły wynosi 200 zł.
Stosunek zebranych kwot to: 6 : 5 : 5 : 4. Stosunek zwróconych kwot powinien być taki sam.
Ponieważ 6 + 5 + 5 + 4 = 20 i 200 zł : 20 = 10 zł, zatem klasa 3a otrzyma zwrot 6 · 10 zł = 60 zł.

<u>III przykładowe rozwiązanie</u>

Wszystkie klasy zebrały łącznie 1200 zł.

Wkład klasy 3a stanowi $\frac{360}{1200} = \frac{3}{10}$ tej kwoty.

Do podziału między wszystkie klasy jest 200 zł. Wobec tego klasie 3a trzeba zwrócić $\frac{3}{10}$ · 200 zł = 60 zł

<u>IV przykładowe rozwiązanie</u>

Stosunek zwróconych kwot powinien być taki sam jak stosunek zebranych kwot:
360 zł, 300 zł, 300 zł, 240 zł – 1200 zł
180 zł, 150 zł, 150 zł, 120 zł – 600 zł
60 zł, 50 zł, 50 zł, 40 zł – 200 zł

Odpowiedź. Klasie 3a zwrócono 60 zł.

V przykładowe rozwiązanie

Klasy 3b i 3c wpłaciły łącznie taką samą kwotę jak klasy 3a i 3d łącznie, czyli po 600 zł. Skoro do zwrotu jest 200 zł (1200 zł – 1000 zł), to klasom 3b i 3c łącznie trzeba zwrócić tyle samo co klasom 3a i 3d razem, czyli po 100 zł, ale każdej klasie proporcjonalne do jej wpłaty:
3a : 3d = 360 : 240 = 3 : 2
Kwota 100 zł podzielona w tej proporcji to
3a : 3d = 60 zł : 40 zł

Odpowiedź. Klasie 3a zwrócono 60 zł.

Schemat oceniania

Zadanie było oceniane według klucza kodowego przygotowanego w oparciu o schemat oceniania opublikowany przez CKE.

Poziom 3

Kod 3.1 – obliczenie kwoty zwróconej klasie 3a (60 zł)

Kod 3.2 – obliczenie kwoty zwróconej klasie 3a (≈60 zł) – niedokładność wynika z użycia przybliżenia

Poziom 2

Kod 2.1 – obliczenie kwoty, którą należy zwrócić klasie 3a poprawną metodą, ale z błędami rachunkowymi

Kod 2.2 – podanie poprawnej metody dokonania podziału kwoty (obliczenie proporcji) i poprzestanie na tym lub kontynuowanie rozwiązania z błędami merytorycznymi

Poziom 1

Kod 1.1 – podanie poprawnej metody dokonania podziału kwoty (obliczenie proporcji) z błędem rachunkowym i poprzestanie na tym lub kontynuowanie rozwiązania z błędami merytorycznymi

Kod 1.2 – obliczenie łącznej kwoty do zwrotu (200 zł) i poprzestanie na tym lub kontynuowanie rozwiązania z błędami merytorycznymi

Kod 1.3 – odgadnięcie kwoty zwróconej klasie 3a (60 zł). Brak zapisu rozumowania prowadzącego do obliczenia tej kwoty i brak sprawdzenia, czy odgadnięta kwota jest proporcjonalna do wpłaty

Poziom 0

Kod 0.1 – rozwiązania błędne

Kod 9 – brak rozwiązania

Parametry statystyczne zadania

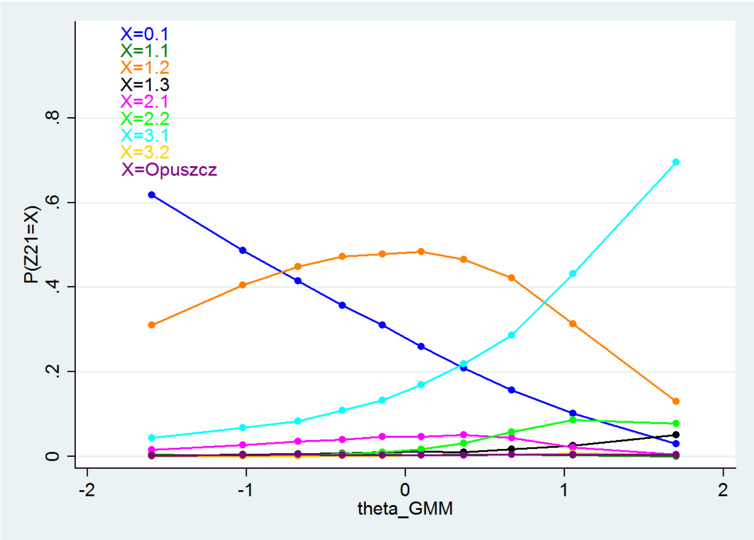
Łatwość zadania:	0,40
Korelacja zadania z testem:	0,68
Korelacja zadania z resztą testu:	0,54

Zadanie okazało się trudne[1] i dobrze skorelowane z testem

[1] Wskaźniki łatwości dla zadań otwartych przyjęto za *M. Jakubowski, A. Pokropek, Badając egzaminy*. *Podejście ilościowe w badaniach edukacyjnych*, Warszawa 2009, s. 33

Uzyskane wyniki i ich interpretacja:

Liczba punktów:	0		1			2		3	
Przyznany kod:	9	0.1	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	3.1	3.2
Odsetek uczniów:	0,4%	29,4%	0,3%	39,3%	1,5%	3,4%	3,0%	22,4%	0,3%



Zadanie zostało rozwiązane poprawnie do końca przez 22,7% uczniów. Uzyskali oni za swoje rozwiązania 3 punkty. Znikoma część spośród nich (0,3%) w odpowiedzi otrzymała nie kwotę dokładnie równą 60 zł, lecz zbliżoną (kod 3.2). Ta rozbieżność wynikła z użycia przybliżeń podczas zamiany ułamków, najczęściej 1/6 lub 5/6, na procenty. A zatem okazało się, że uczniowie, którzy wiedzą, jak rozwiązać to zadanie – jakiego modelu matematycznego i jakiej strategii użyć do jego rozwiązania – wiedzą również, że nie należy dążyć za wszelką cenę do wyrażenia w procentach otrzymywanych wyników cząstkowych.

Patrząc na wykres przedstawiony powyżej warto zauważyć, że prawdopodobieństwo otrzymania poprawnego rozwiązania wyraźnie rosło wraz ze wzrostem umiejętności, i co ważne, nie było ono zerowe nawet dla uczniów najsłabszych.

Stosunkowo niewielu uczniów otrzymało za to zadanie 2 punkty – łącznie 6,4%. Połowa spośród nich (3,4%) rozwiązała zadanie do końca, ale popełniła przy tym błędy rachunkowe (kod 2.1). Druga połowa (3%) pokonała zasadniczą trudność zadania, czyli znalazła poprawną metodę dokonania proporcjonalnego podziału kwoty, ale nie doprowadziła rozwiązania poprawnie do końca (kod 2.2). Uczniowie ci w dalszej części rozwiązania niepoprawnie stosowali znalezioną przez siebie metodę w odniesieniu do klasy 3a lub zamiast obliczyć kwotę do zwrotu, obliczali kwotę, którą klasa powinna zapłacić.

Co ciekawe, w pierwszej grupie (błędy rachunkowe – kod 2.1) znaleźli się raczej uczniowie o średnich umiejętnościach, a w drugiej grupie (niepoprawne dokończenie zadania – kod 2.2) prawie wyłącznie uczniowie najlepsi. Jest to dość zaskakujące, bo wydawałoby się, że powinno być odwrotnie – uczniom najlepszym może zdarzyć się błąd rachunkowy, a uczniowie średni mogą mieć problem z poprawnym doprowadzeniem zadania do końca.

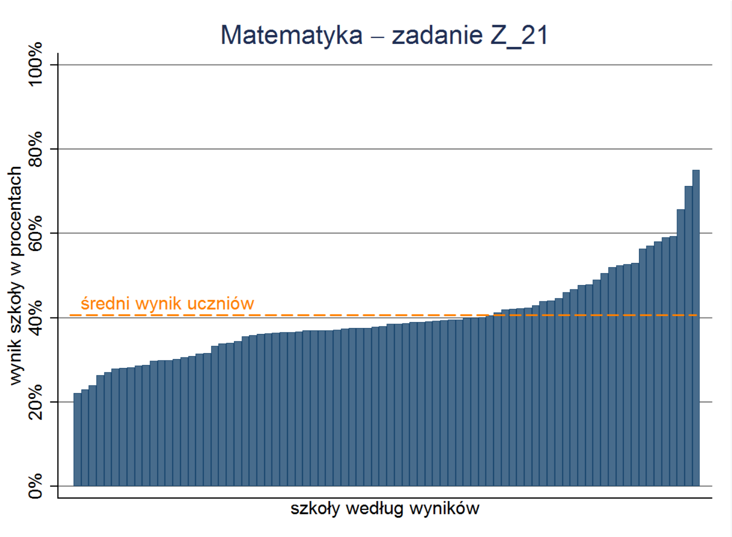
Największa grupa spośród wszystkich gimnazjalistów uzyskała za to zadanie 1 punkt – łącznie 41,1%. Znikoma część spośród nich (0,3%) znalazła poprawną metodę dokonania podziału kwoty, ale popełniła przy tym błędy rachunkowe (kod 1.1). Nieco więcej uczniów (1,5%) poprawnie odgadło kwotę, którą należy zwrócić klasie 3a (kod 1.3). Uczniowie ci nie przedstawili rozumowania, które doprowadziło ich do tej odpowiedzi, ani nie sprawdzili, że podana kwota spełnia warunki zadania. W tej grupie znaleźli się głównie uczniowie o najwyższych umiejętnościach.

Największą grupą spośród wszystkich gimnazjalistów (39,3%) byli ci, którzy poprawnie obliczyli tylko łączną kwotę do zwrotu – 200 zł (kod 1.2). Dalsza część ich rozwiązania była niepoprawna lub nie było jej wcale. Uczniowie ci nie poradzili sobie z zasadniczą trudnością tego zadania, czyli nie umieli znaleźć sposobu podziału kwoty 200 zł między cztery klasy, proporcjonalnie do dokonanych wpłat. Warto uświadomić sobie, że ta część rozwiązania, którą wykonali uczniowie otrzymujący kod 1.2 wymaga tylko elementarnych umiejętności matematycznych i jest wykonalna już dla uczniów 5 klasy szkoły podstawowej.

Z zamieszczonego powyżej wykresu wynika, że prawdopodobieństwo takiego rozwiązania było najwyższe wśród uczniów o średnich umiejętnościach (około 0,5), niższe wśród uczniów najsłabszych (około 0,3) i najniższe wśród najlepszych (około 0,15). Nie jest zaskakujące, że część gimnazjalistów nie potrafiła znaleźć matematycznego modelu, dzięki któremu można rozdzielić obliczoną kwotę między klasy, natomiast można było przypuszczać, że takie problemy będą mieli raczej uczniowie słabsi. Zaskakujące jest, że miało je tak wielu uczniów o średnich umiejętnościach – aż 50% spośród nich.

Patrząc na to, jak wielu (i jakich) uczniów poprzestało na obliczeniu kwoty 200 zł i nie potrafiło znaleźć metody proporcjonalnego podziału kwoty między cztery klasy, można stwierdzić, że wymaganie ogólne podstawy programowej, które było kluczowe dla rozwiązania tego zadania to raczej wymaganie III. Modelowanie matematyczne, a nie wymaganie IV. Użycie i tworzenie strategii. Jest to jednak widoczne dopiero na podstawie szczegółowej analizy wyników uczniów.

Najniższą możliwą ocenę za to zadanie – 0 punktów uzyskało łącznie 29,8% uczniów. Co warte podkreślenia prawie nie było uczniów (0,4%), którzy w ogóle nie przystępowali do rozwiązania tego zadania (kod 9). Natomiast 29,4% wszystkich uczniów podawało rozwiązanie, jednak było ono błędne (kod 0.1). Niestety w tej grupie, jak widać na wykresie, oprócz uczniów najsłabszych, byli również uczniowie o średnich i wyższych niż średnie umiejętnościach.



Łatwość w zadaniu wielopunktowym to średnia liczby punktów uzyskanych przez uczniów podzielona przez maksymalną liczbę punktów możliwych do uzyskania za zadanie. Zadanie 21. ma łatwość 40%.

Z diagramu widać, że nie ma szkół wyróżniających się wyjątkowo niskimi wynikami. Są natomiast trzy szkoły, w których zadanie miało znacznie większą łatwość niż w pozostałych: 75%, 71% i 66%. W pozostałych szkołach wyniki zawierają się w przedziale między 20% a 60%.

Podsumowując analizę zadania 21:

1. Na podstawie analizy wyników okazało się, że w zadaniu kluczową rolę pełni inne wymaganie ogólne niż zostało mu przypisane – zadanie bardziej sprawdza umiejętność modelowania matematycznego, niż umiejętność tworzenia strategii rozwiązania.
2. Z analizy wyników zadania wynika, że około 30% uczniów pokonało zasadniczą trudność zadania, czyli potrafiło znaleźć model matematyczny, dzięki któremu można rozdzielić obliczoną kwotę między klasy proporcjonalnie do dokonanych wpłat.

   Około 40% uczniów uzyskało wynik częściowy, ale nie potrafiło pokonać zasadniczej trudności zadania.

   Ostatnie 30% uczniów przedstawiło rozwiązanie całkowicie błędne – nie uzyskało żadnego, częściowo nawet poprawnego wyniku.
3. Nawet wśród najsłabszych uczniów niektórzy potrafili rozwiązać zadanie poprawnie do końca, co może oznaczać, że część uczniów ma większe umiejętności, niż wynikałoby to z ich ogólnego wyniku z egzaminu, lokującego ich wśród uczniów najsłabszych.
4. Bardzo niewielu uczniów miało problemy z rozwiązaniem zadania z powodu błędów rachunkowych i byli to raczej uczniowie o średnich umiejętnościach.
5. Właściwie nie było uczniów, którzy używając przybliżeń niepotrzebnie przeliczali otrzymane stosunki na procenty, uzyskując z tego powodu niedokładny wynik.
6. Zadanie prawie nie było przez uczniów opuszczane, choć powszechnie uważa się, że uczniowie nie lubią zadań tekstowych i uważają je za zbyt dla nich trudne.

Zadanie 22.

Paweł rzucił 5 razy zwykłą sześcienną kostką do gry. Zapisane kolejno wyniki rzutów utworzyły liczbę pięciocyfrową. Liczba ta jest parzysta i podzielna przez 9, a jej początkowe trzy cyfry to: 3, 1, 2. Ile oczek wyrzucił Paweł za czwartym i piątym razem? Podaj wszystkie możliwości. Odpowiedź uzasadnij.

Wymaganie ogólne: V. Rozumowanie i argumentacja.

Wymaganie szczegółowe: *Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* Uczeń rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 100.

Rozwiązanie

To z pozoru typowe zadanie tekstowe sprawdza umiejętność prowadzenia rozumowania i przedstawiania argumentacji. Cała jego trudność kryje się bowiem w konieczności znalezienia wszystkich możliwych rozwiązań (są dwa) i przedstawienia rozumowania, które prowadzi do ich uzyskania. Wymaga to umiejętności rozbicia opisanej w zadaniu sytuacji na kilka możliwych przypadków i rozważenia konsekwencji dla każdego z nich.

Warto zwrócić uwagę, że aby rozwiązać zadanie wystarczą wiadomości objęte podstawą programową dla szkoły podstawowej. Jednak potrzebny w tym zadaniu poziom umiejętności rozumowania i argumentacji większość uczniów osiąga dopiero w gimnazjum. Ale nawet gimnazjaliści mają trudności z konsekwentnym zapisaniem całego toku rozumowania.

<u>I przykładowe rozwiązanie</u>

Paweł mógł wyrzucić liczby: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Otrzymana liczba ma być parzysta, czyli jej ostatnią cyfrą może być 2, 4 lub 6.
Otrzymana liczba ma być podzielna przez 9, więc suma jej cyfr musi być liczbą podzielną przez 9.
A zatem:

- jeśli ostatnia cyfra jest równa 2, to mamy liczbę $312x2$. Spośród liczb od 1 do 6 tylko dla $x = 1$ otrzymana liczba jest podzielna przez 9.
- jeśli ostatnia cyfra jest równa 4, to liczba jest równa $312x4$. Żadna z liczb od 1 do 6, wstawiona w miejsce x, nie utworzy liczby podzielnej przez 9.
- jeśli ostatnia cyfra jest równa 6, to mamy liczbę $312x6$. Spośród liczb od 1 do 6 tylko dla $x = 6$ otrzymana liczba jest podzielna przez 9.

Odpowiedź. Paweł wyrzucił kolejno liczby 1 i 2 lub 6 i 6.

<u>II przykładowe rozwiązanie</u>

Szukana liczba to $312xy$ i x, y to liczby od 1 do 6.
Aby ta liczba była podzielna przez 9 suma jej cyfr musi być podzielna przez 9.
Stąd $x + y = 3$ lub $x + y = 12$
Aby szukana liczba była parzysta, to jej ostatnia cyfra musi być równa 2 lub 4 lub 6.
Jeśli $y = 2$, to x musi być równe 1.
Jeśli $y = 4$, to nie ma odpowiedniego x.
Jeśli $y = 6$, to x musi być równe 6.
Czyli za czwartym i piątym razem Paweł wyrzucił 1 i 2 lub 6 i 6.

Schemat oceniania

Zadanie było oceniane według klucza kodowego przygotowanego przez pracownię matematyki IBE, który różnił się od schematu oceniania opublikowanego przez CKE.

Najważniejszym celem, któremu podporządkowane było tworzenie klucza kodowego, było uchwycenie i ocenienie stopnia poprawności rozumowania przeprowadzonego przez ucznia. Z tego właśnie powodu drugorzędną wagę miało, czy uczeń poprawnie użył cechy podzielności przez 9 lub czy pamiętał o ograniczonym zakresie liczbowym. Znacznie ważniejsze było, czy przy przyjętych przez siebie założeniach (poprawnych bądź nie) potrafił przeprowadzić kompletne i spójne rozumowanie, prowadzące do znalezienia wszystkich możliwych w danej sytuacji rozwiązań.

I tak na przykład, jeśli uczeń zapomniał o parzystości otrzymanej liczby i brał pod uwagę tylko ograniczony zakres liczbowy i podzielność przez 9, to w takiej sytuacji, prowadząc poprawne – kompletne i spójne rozumowanie, powinien otrzymać trzy rozwiązania (dodatkowo dochodzi para 2,1). Takie rozwiązanie oczywiście nie było klasyfikowane jako w pełni poprawne (poziom 3), natomiast doceniając jakość przeprowadzonego wnioskowania było przypisywane do poziomu 2 i otrzymywało kod 2.2.

Na tym samym poziomie znalazły się jeszcze odrębne kody dla przypadku, gdy uczeń zapomniał o ograniczonym zakresie liczbowym (kod 2.3) lub gdy niepoprawnie rozważał podzielność przez 9 (kod 2.4). Natomiast w każdym z tych przypadków uczeń musiał przeprowadzić poprawne rozumowanie i podać kompletną w danej sytuacji listę rozwiązań.

Na poziomie 2 znalazł się jeszcze kod 2.1, który otrzymywali uczniowie, którzy poprawnie uwzględnili wszystkie warunki zadania, ale przedstawione przez nich rozumowanie było niepełne.

Na poziomie 1 znalazły swoje miejsce rozwiązania, w których stopień poprawności rozumowania był jeszcze niższy niż na poziomie 2 lub rozwiązania, w których tylko przedstawione odpowiedzi były poprawne, natomiast rozumowania lub uzasadnienia nie było wcale.

Na najniższym poziomie 0 znalazły się prace, w których zadanie było opuszczone lub w których przedstawiono rozwiązania i rozumowania błędne.

Poziom 3

Kod 3.1 – podanie obu rozwiązań zadania (1 i 2 oraz 6 i 6) wraz z konsekwentnym rozumowaniem prowadzącym do ich znalezienia lub wraz z pełnym uzasadnieniem

Poziom 2

Kod 2.1 – podanie obu rozwiązań zadania wraz z niepełnym rozumowaniem prowadzącym do ich znalezienia lub wraz z niepełnym uzasadnieniem

Kod 2.2 – podanie trzech rozwiązań (1 i 2, 2 i 1, 6 i 6) wraz z konsekwentnym rozumowaniem prowadzącym do ich znalezienia lub wraz z pełnym uzasadnieniem, ale nie uwzględniające parzystości otrzymanej liczby

Kod 2.3 – podanie pięciu rozwiązań (3 i 0, 1 i 2, 8 i 4, 6 i 6, 4 i 8) wraz z konsekwentnym rozumowaniem prowadzącym do ich znalezienia lub wraz z pełnym uzasadnieniem, ale nie uwzględniające ograniczonego zakresu liczbowego, spowodowanego używaniem kostki

Kod 2.4 – podanie wszystkich rozwiązań wraz z konsekwentnym rozumowaniem prowadzącym do ich znalezienia lub wraz z pełnym uzasadnieniem, ale nie uwzględniające podzielności przez 9 lub błędnie ją wykorzystujące

Poziom 1

Kod 1.1 – podanie obu poprawnych rozwiązań zadania, ale bez przedstawienia rozumowania lub uzasadnienia, lub z rozumowaniem lub uzasadnieniem błędnym

Kod 1.2 – podanie przynajmniej jednego poprawnego rozwiązania wraz z niepełnym, ale poprawnym rozumowaniem lub uzasadnieniem. Mogą być podane także inne rozwiązania – niepoprawne, ale muszą one wynikać z sensownego rozumowania lub mieć sensowne uzasadnienie. Poszczególne rozumowania lub uzasadnienia nie mogą one być wzajemnie sprzeczne

Kod 1.3 – rozwiązanie zadania z dwoma błędami opisanymi w kodach 2.2 lub 2.3 lub 2.4, z podaniem wszystkich rozwiązań wynikających z popełnionego błędu

Uwaga: jeśli rozwiązanie pasuje do kategorii 1.2 oraz 1.3 – przypisujemy je do kategorii 1.3

Poziom 0

kod 0.1 – podanie przynajmniej jednego poprawnego rozwiązania. Mogą być podane także inne rozwiązania – niepoprawne – nie wynikające z sensownego rozumowania i nie mające sensownego uzasadnienia

kod 0.2 – pozostałe rozwiązania błędne

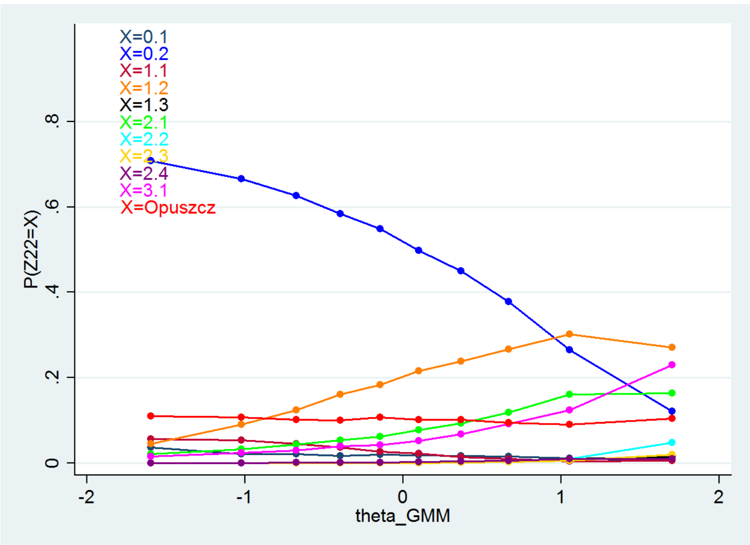
kod 9 – brak rozwiązania

Parametry statystyczne zadania

Łatwość zadania: 0,21
Korelacja zadania z testem: 0,57
Korelacja zadania z resztą testu: 0,43

Uzyskane wyniki i ich interpretacja:

Liczba punktów:	0			1			2				3
Przyznany kod:	9	0.1	0.2	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1
Odsetek uczniów:	10,2%	1,9%	48,5%	2,4%	19,0%	2,8%	8,3%	0,8%	0,3%	0,4%	7,2%



Najwyższą możliwą liczbę punktów za rozwiązanie tego zadania (kod 3.1) uzyskało 7,2% uczniów. Patrząc na różową linię na wykresie odpowiadającą temu kodowi widać, że nawet wśród uczniów najlepszych prawdopodobieństwo przedstawienia pełnego i spójnego rozumowania w tym zadaniu wynosi tylko nieco powyżej 20%.

Kolejne 8,3% uczniów potrafiło podać dwie poprawne odpowiedzi, lecz przedstawione przez nich rozumowanie nie było pełne (kod 2.1 – zielona linia na wykresie).

Kody 2.2 lub 2.3 lub 2.4 przyznawane były za takie rozwiązania, w których przedstawione rozumowania były pełne, natomiast uczeń zapominał o jednym z założeń zadania. Łącznie takich uczniów było 1,5%.

Łącznie na dwóch najwyższych poziomach – 3. i 2., znalazło się 17% uczniów. Można powiedzieć, że uczniowie ci potrafią przeprowadzić rozumowanie polegające na rozważeniu kilku możliwych przypadków w celu znalezienia wszystkich rozwiązań przedstawionego problemu.

Na poziomie 1 znalazło się łącznie 22,3% uczniów. Wśród nich jest 2,8% uczniów, którzy podali obie poprawne odpowiedzi do zadania, ale nie przedstawili żadnego rozumowania prowadzącego do ich uzyskania, lub przedstawione przez nich rozumowanie było błędne (kod 1.1).

Na tym samym poziomie jest również 19% uczniów, którzy podali tylko jedną odpowiedź wraz z niepełnym lecz poprawnym uzasadnieniem (kod 1.2 – pomarańczowa linia na wykresie). W tym samym kodzie znalazły się tez rozwiązania, w których oprócz jednego lub dwóch poprawnych odpowiedzi znalazły się także odpowiedzi niepoprawne, które nie wynikały jednak z błędnego rozumowania, lecz z błędu rachunkowego lub z błędu nieuwagi.

Kolejny kod na tym poziomie to kod 1.3. Otrzymało go zaledwie 0,5% uczniów, którzy przedstawili kompletne rozumowanie i kompletną w danej sytuacji listę odpowiedzi, ale zapominając o dwóch założeniach podanych w zadaniu lub błędnie je rozumiejąc.

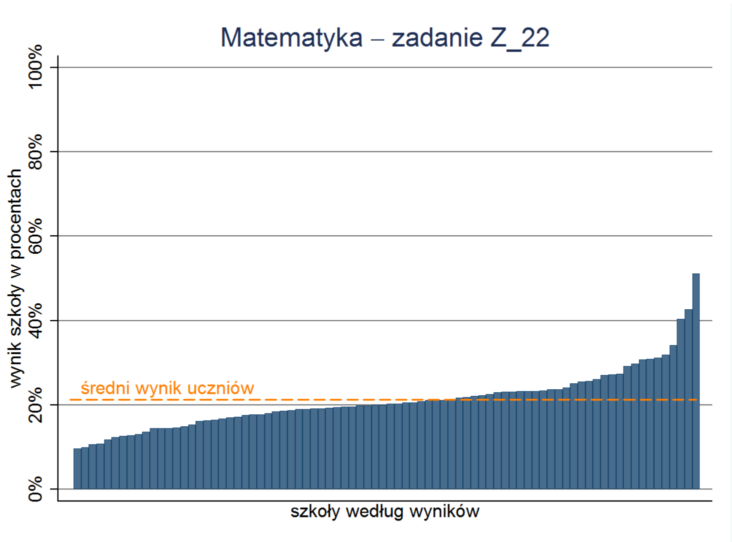
Można zatem powiedzieć, że 22,3% uczniów, którzy znaleźli się na poziomie 1. ma pewne umiejętności prowadzenia rozumowania lecz są one jeszcze niewystarczająco rozwinięte i uporządkowane lub też towarzyszą im jakieś braki wiedzy, które uniemożliwiają właściwe ich wykorzystanie.

Wreszcie najniższy poziom 0. Znalazło się na nim 1,9% uczniów, którzy podali tylko jedną odpowiedź bez uzasadnienia lub podali zarówno odpowiedź poprawną, jak i niepoprawne, bez uzasadnienia lub wynikające z błędnego rozumowania (kod 0.1).

Najwięcej uczniów 48,5% otrzymało kod 0.2. Znalazły się tu wszystkie pozostałe rozwiązania błędne (niebieska linia na wykresie). Widać, że wśród uczniów najsłabszych prawdopodobieństwo takiego rozwiązania wynosi ponad 70%, wśród średnich – ponad 50%, a wśród najlepszych około 10%.

I ostatnią kategorią na poziomie 0 jest kod 9, który otrzymywało 10,2% uczniów. Uczniowie ci zupełnie pominęli to zadanie i nie podjęli żadnej próby rozwiązania go. Co ciekawe, czerwona linia na wykresie reprezentująca tę kategorię odpowiedzi jest równoległa do osi poziomej. Oznacza to, że opuszczenie tego zadania nie zależało od umiejętności uczniów – tak samo prawdopodobne było, że pominie je uczeń bardzo słaby, średni i dobry. Prawdopodobieństwo to, niezależnie od umiejętności uczniów wynosiło nieco ponad 10%.

Pomijając zatem 10% uczniów, którzy z niewiadomych przyczyn opuścili to zadanie, można stwierdzić, że 50,4% uczniów nie potrafi przeprowadzić rozumowania polegającego na rozważeniu kilku przypadków i wykorzystującego proste wiadomości z zakresu szkoły podstawowej.



Łatwość zadania była równa 21%. Z diagramu widać, że podobnie jak w poprzednim zadaniu, nie ma w nim szkół wyróżniających się wyjątkowo niskimi wynikami. Są natomiast trzy szkoły, w których zadanie miało znacznie większą łatwość niż w innych: 51%, 42% i 40%. W pozostałych szkołach wyniki zawierają się w przedziale między 10% a 34%.

Podsumowując analizę zadania 22:

1. Z analizy wyników zadania wynika, że 17% uczniów potrafi przeprowadzić rozumowanie dotyczące liczb i opierające się na wiadomościach ze szkoły podstawowej, polegające na rozważeniu kilku możliwych przypadków w celu znalezienia wszystkich rozwiązań przedstawionego problemu.

   Kolejne 22% uczniów ma pewne umiejętności prowadzenia rozumowania lecz są one jeszcze niewystarczająco rozwinięte i uporządkowane lub też towarzyszą im braki wiedzy, które uniemożliwiają właściwe ich wykorzystanie.

   Niestety połowa uczniów trzeciej klasy gimnazjum nie potrafi przeprowadzić rozumowania polegającego na rozważeniu kilku przypadków, wykorzystującego proste wiadomości z zakresu szkoły podstawowej.

2. Zadanie zostało opuszczone przez około 10% uczniów. Opuszczenie zadania nie ma związku z umiejętnościami uczniów – tak samo prawdopodobne było, że pominie zadanie uczeń bardzo słaby, średni i dobry.

Zadanie 23.

Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 264 cm^2. Pole podstawy tej bryły stanowi 75% pola powierzchni jednej ściany bocznej. Oblicz wysokość bryły. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne: II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji; V. Użycie i tworzenie strategii.

Wymaganie szczegółowe: 6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami; 11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego, ostrosłupa, walca, stożka, kuli (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).

Rozwiązanie

Aby rozwiązać to zadanie uczeń musi wykazać się przede wszystkim umiejętnością opisania w języku algebry związków między polami ścian i długościami krawędzi w prostopadłościanie. Konieczne do pełnego rozwiązania przekształcenia algebraiczne wymagają pewnej wprawy i być może z tego powodu część uczniów nie poradziła sobie z zadaniem. Przy okazji sprawdzane były wiadomości dotyczące nazw graniastosłupów oraz umiejętność wykonania prostych obliczeń procentowych.

Zadanie wymagało od ucznia zaplanowania kolejności obliczeń, a więc służyło sprawdzeniu umiejętności tworzenia strategii.

I przykładowe rozwiązanie

$P_p = 0{,}75P_1$, więc $P_c = 2P_p + 4P_1 = 2 \cdot 0{,}75\, P_1 + 4P_1 = 1{,}5\, P_1 + 4\, P_1 = 5{,}5\, P_1$

$264 = 5{,}5\, P_1$, stąd $P_1 = 48$ cm^2, $P_p = 36$ cm^2

Podstawą graniastosłupa jest kwadrat o polu 36 cm^2, więc jego bok ma długość 6 cm. Ściana boczna jest prostokątem o polu 48 cm^2 i jednym boku długości 6 cm, więc jej drugi bok ma długość 8 cm. Zatem wysokość bryły jest równa 8 cm.

II przykładowe rozwiązanie

$P_p = a^2$, $P_1 = ah$, $P_p = 0{,}75P_1$, więc $a^2 = 0{,}75ah$, stąd $a = 0{,}75h$

$P_c = 2P_p + 4P_1$

$264 = 2a^2 + 4ah = 2 \cdot (0{,}75h)^2 + 4 \cdot 0{,}75h \cdot h = \frac{9}{8}h^2 + 3h^2 = \frac{33}{8}h^2$

$h^2 = 64$, więc $h = 8$ (cm)

Odpowiedź: Wysokość graniastosłupa jest równa 8 cm.

III przykładowe rozwiązanie

Jeśli $P_p = 0{,}75P_1$, to stosunek pól ścian w graniastosłupie wynosi

$P_p : P_p : P_1 : P_1 : P_1 : P_1 = \frac{3}{4} : \frac{3}{4} : 1 : 1 : 1 : 1 = 3 : 3 : 4 : 4 : 4 : 4$

$3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 4 = 22$

264 cm^2 : 22 = 12 cm^2, zatem $P_p = 36$ cm^2, $P_1 = 48$ cm^2

Podstawą graniastosłupa jest kwadrat o polu 36 cm^2, więc jego bok ma długość 6 cm. Ściana boczna jest prostokątem o polu 48 cm^2 i jednym boku długości 6 cm, więc jej drugi bok ma długość 8 cm. Zatem wysokość bryły jest równa 8 cm.

IV przykładowe rozwiązanie

$P_p = a^2$, $P_1 = ah$, $P_p = 0{,}75P_1$, więc $a^2 = 0{,}75ah$

$P_c = 2P_p + 4P_1$, więc $264 = 2a^2 + 4ah$

$$\begin{cases} a^2 = 0{,}75ah \\ 264 = 2a^2 + 4ah \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 0{,}75ah \\ 264 = 5{,}5ah \end{cases}$$

Stąd $ah = 48$, zatem $a^2 = 36$, więc $a = 6$ i $h = 8$

Odpowiedź. Wysokość graniastosłupa jest równa 8 cm.

Schemat oceniania

Zadanie było oceniane według klucza kodowego przygotowanego w oparciu o schemat oceniania opublikowany przez CKE.

Poziom 3

Kod 3.1 – obliczenie wysokości graniastosłupa (8 cm)

Kod 3.2 – obliczenie wysokości graniastosłupa (8 cm) metodą prób i błędów

Poziom 2

Kod 2.1 – rozwiązanie zadania do końca poprawną metodą, ale z błędami rachunkowymi

Kod 2.2 – wyznaczenie pola podstawy i pola jednej ściany bocznej graniastosłupa

lub
zapisanie równania z jedną niewiadomą prowadzącego do wyznaczenia długości jednej z krawędzi graniastosłupa

lub
zapisanie układu równań z dwiema niewiadomymi prowadzącego do wyznaczenia długości obu krawędzi graniastosłupa

Poziom 1

Kod 1.0 – zapisanie równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia pola jednej ze ścian graniastosłupa

lub
zapisanie związku między polami ścian graniastosłupa ($P_c = 2P_p + 4P_1$) i związku między krawędziami graniastosłupa ($a^2 = 0{,}75ah$)

Poziom 0

Kod 0 – rozwiązanie błędne

Kod 9 – brak rozwiązania

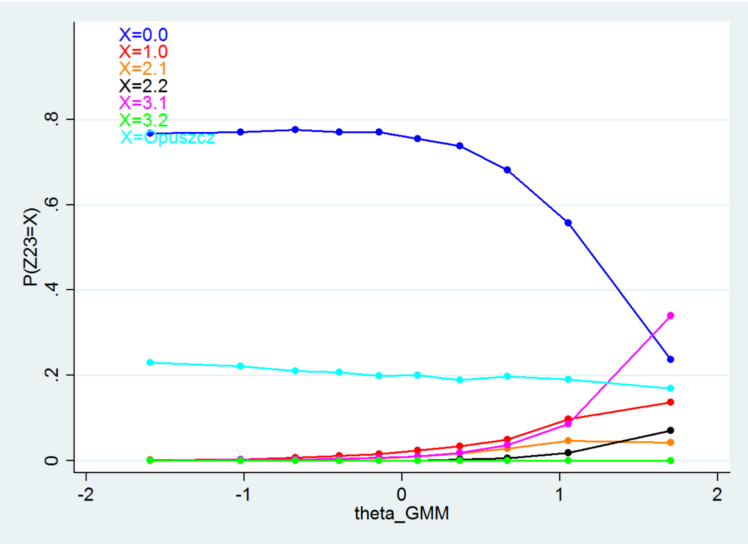
Parametry statystyczne zadania

Łatwość zadania:	0,08
Korelacja zadania z testem:	0,61
Korelacja zadania z resztą testu:	0,51

Zadanie okazało się bardzo trudne, ale przy tym zaskakująco dobrze skorelowane z testem.

Uzyskane wyniki i ich interpretacja:

Liczba punktów:	0		1	2		3	
Przyznany kod:	9	0	1.0	2.1	2.2	3.1	3.2
Odsetek uczniów:	20,2%	68,2%	3,8%	1,6%	1,0%	5,1%	0,0%



Zadanie okazało się zaskakująco trudne. Tylko 5,1% uczniów poprawnie je rozwiązało i otrzymało kod 3.1. Uczniowie ci umieli zaplanować kolejność działań, zapisać w języku algebry związki między polami ścian i długościami krawędzi prostopadłościanu oraz wykonać niezbędne przekształcenia algebraiczne. Na wykresie można zobaczyć (różowa linia), że byli to właściwie wyłącznie uczniowie o najwyższych umiejętnościach.

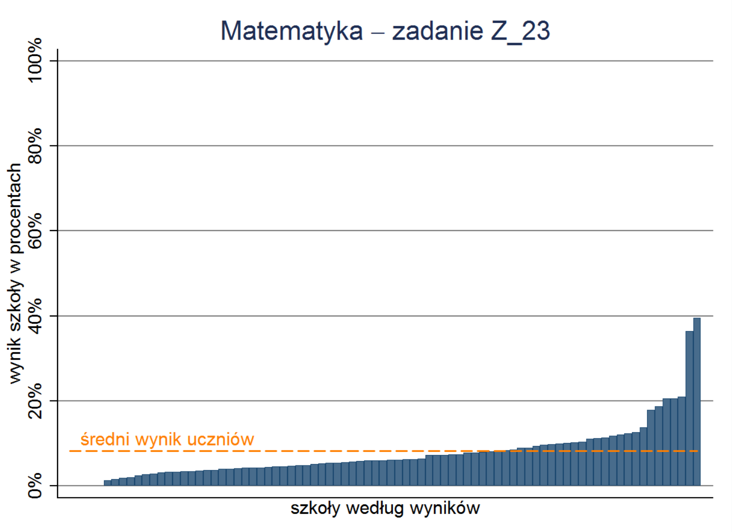
Okazało się, że wśród uczniów, których prace były oceniane, nikt nie zastosował w tym zadaniu metody prób i błędów, choć we wcześniejszych rozwiązaniach pochodzących ze wstępnego testowania zadania, taka metoda rozwiązania pojawiała się.

Na poziomie 2 znalazło się 1,6% uczniów, którzy rozwiązali zadanie do końca lecz popełnili jeden lub więcej błędów rachunkowych (kod 2.1 – pomarańczowa linia na wykresie). Oznacza to, że łącznie zadanie rozwiązało do końca 6,7% uczniów, ale spośród nich około ¼ popełniło błędy rachunkowe. Na tym poziomie 2 jest również 1% uczniów, którzy przedstawili poprawne rozwiązanie częściowe (kod 2.2 – czarna linia na wykresie). Uczniowie Ci nie dokończyli rozwiązania z powodu braku sprawności w wykonywaniu przekształceń algebraicznych lub po prostu z braku czasu. Z wykresu wynika, że uczniowie, którzy otrzymali za to zadanie 2 punkty również cechują się najwyższymi umiejętnościami.

Na poziomie 1 znalazło się 3,8% uczniów (kod 1.0 – czerwona linia na wykresie). Potrafili oni zapisać podstawowe związki między polami ścian i długościami krawędzi prostopadłościanu. Byli to uczniowie o średnich i wyższych niż średnie umiejętnościach.

Przytłaczająca większość uczniów piszących próbny egzamin gimnazjalny, łącznie 88,4%, nie uzyskała za rozwiązanie tego zadania ani jednego punktu. Rozwiązania zupełnie błędne przedstawiło 68,2% uczniów (kod 0 – ciemnoniebieska linia). Z wykresu wynika, że uczniowie słabi i średni uzyskiwali taki właśnie wynik z prawdopodobieństwem równym prawie 80%. Dopiero wśród uczniów lepszych niż średni zaczyna ono spadać i dla najlepszych osiąga wartość około 25%.

Natomiast 20,2% uczniów w ogóle nie podjęło próby rozwiązania zadania (kod 9 – opuszczenia). Podobnie jak w poprzednim zadaniu, jasnoniebieska linia na wykresie reprezentująca tę kategorię odpowiedzi jest prawie równoległa do osi poziomej. Oznacza to, że opuszczenie tego zadania w bardzo małym stopniu miało związek z umiejętnościami uczniów – prawie tak samo prawdopodobne było, że pominie je uczeń bardzo słaby (prawdopodobieństwo równe nieco ponad 20%), średni (około 20%) i dobry (nieco poniżej 20%).



Zadanie miało łatwość 8%. W czterech szkołach ani jeden uczeń nie rozwiązał go prawidłowo – wynik w tych szkołach był równy 0%. W dwóch szkołach zadanie zostało rozwiązane przez znacznie większą liczbę uczniów niż w innych: szkoły te uzyskały wyniki równe 37% i 40% – pięciokrotnie więcej niż średnia dla wszystkich uczniów. Pozostałe szkoły miały wyniki w zakresie od 1% do 20%.

Podsumowując analizę zadania 23:

1. Zadanie okazało się najtrudniejsze z trzech zadań otwartych. Podobnie było w zeszłorocznym próbnym egzaminie gimnazjalnym, gdzie też najtrudniejsze było zadanie z geometrii przestrzennej dotyczące podziału sześcianu. Zarówno w zeszłym, jak i w tym roku zadania te były ostatnie w arkuszu. Czy zatem umiejętności związane z geometrią przestrzenną są najtrudniejsze dla uczniów gimnazjum? Czy raczej rokrocznie zadania te mają najmniej poprawnych rozwiązań dlatego, że są umieszczane na końcu arkusza i uczniom nie starcza czasu na ich uważne rozwiązanie?
2. Zadanie zostało poprawnie rozwiązane zaledwie przez 5% uczniów. Uczniowie ci umieli zaplanować kolejność działań czyli stworzyć strategię rozwiązania, zapisać w języku algebry zależności podane w zadaniu oraz wykonać niezbędne przekształcenia algebraiczne.

Kolejne 6% uczniów rozwiązało zadanie częściowo.

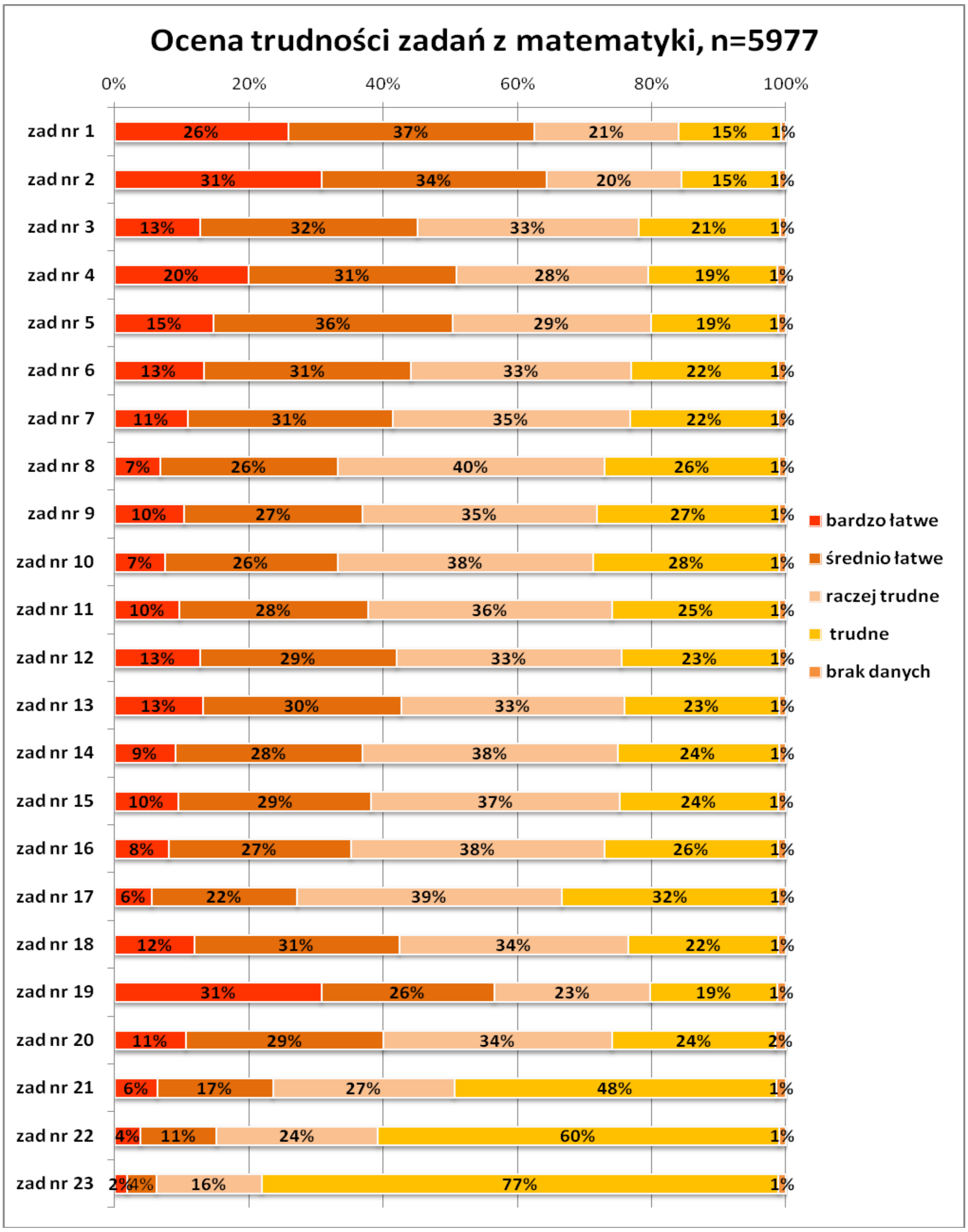
Aż 70% uczniów nie potrafiło rozwiązać zadania.

3 Zadanie miało najwięcej opuszczeń – więcej niż poprzednie zadania otwarte (zad. 21 – prawie bez opuszczeń, zad. 22 – 10% opuszczeń i zad. 23 – 20% opuszczeń). Natomiast podobnie jak w zadaniu 22. opuszczenie zadania nie miało związku z poziomem umiejętności uczniów.

3. Ocena trudności zadań

Analiza ankiet uczniowskich pokazała, że większość uczniów uznała, że zadania z matematyki były raczej trudne: 18 zadań na 23 użyte w arkuszu zostało ocenione przez ponad 50% uczniów jako trudne lub raczej trudne. Tylko 5 zadań na 23 zostało ocenione jako łatwe przez ponad 50% uczniów.

Szczegółowe zestawienie ocen dla poszczególnych zadań przedstawia poniższy wykres.



Dokonane przez uczniów oceny zadań można porównać z rzeczywistymi wynikami osiągniętymi w tych zadaniach. Są one przedstawione na diagramie poniżej (zadania otwarte wyróżniono innym kolorem)

Zadania łatwe

Najłatwiejsze, w opinii uczniów, były zadania 1., 2. oraz 19. – stosunkowo duży odsetek badanych uznał, że są one łatwe (odpowiednio: 63%, 65%, 57%), z czego spora część uczniów oceniła, że są one bardzo łatwe (odpowiednio 26%, 31% i 31%). Zadania te dotyczyły: 1. – procentów, 2. – wielkości odwrotnie proporcjonalnych, 19. – siatek ostrosłupa.

Do łatwiejszych zadań w ocenie uczniów należały też zadania 4. (działania na potęgach) i 5. (prawdopodobieństwo) – co drugi badany ocenił je jako łatwe (51%).

Biorąc pod uwagę osiągnięte wyniki, tylko dwa spośród tych zadań, postrzeganych przez uczniów jako najłatwiejsze, rzeczywiście okazały się łatwe – zadania 19. i 2. zostały poprawnie rozwiązane przez odpowiednio 89% i 74% uczniów i były to rzeczywiście dwa najłatwiejsze zadania z matematyki.

Pozostałe trzy zadania 1., 4. i 5. wskazywane przez uczniów jako stosunkowo łatwe, w rzeczywistości zostały rozwiązane prawidłowo przez odpowiednio 48%, 51% i 52% uczniów i zajęły pod względem łatwości dopiero 13., 11. i 9 miejsce.

Trzeba zauważyć, że tylko jedno z pięciu zadań wskazanych przez uczniów jako łatwe dotyczyło geometrii (zadanie 19. o siatkach brył). A tymczasem wśród pięciu zadań, które zostały poprawnie rozwiązane przez największą liczbę uczniów – ich łatwość była większa niż 60% – były aż cztery zadania z geometrii. Oprócz wspomnianego wyżej zadania 19., były to zadania 12., 9. i 18. z wynikami równymi odpowiednio 71%, 67% i 63%. W zadaniach tych należało: w zad. 12. – obliczyć kąt środkowy oparty na danym łuku, w zad. 9. – skorzystać z warunku trójkąta i w zad. 18. – ocenić, czy dane trójkąty są podobne i wskazać argument, uzasadniający tę ocenę.

Wydaje się wiec, że uczniowie wskazują jako łatwe te zadania, które są bardziej typowe, częściej rozwiązywane na lekcjach. Wydają im się one łatwiejsze, bo od razu wiedzą, jak je rozwiązywać, od czego zacząć. Niestety wyniki uzyskiwane w tych zadaniach pokazują, że nie wszyscy naprawdę potrafią je poprawnie rozwiązać.

W przypadku zadań z geometrii nie ma chyba takiego automatyzmu – każde z tych zadań wymaga chwili zastanowienia i być może dlatego nie wydają się one uczniom tak proste, jak wskazują na to osiągane wyniki.

Zadania trudne

Zdecydowanie najtrudniejsze wydawało się uczniom zadanie 23. – ponad ¾ badanych (77%) oceniła je jako trudne, a kolejne 16% jako raczej trudne. Było to zadanie otwarte, ostatnie w arkuszu, w którym należało obliczyć wysokość graniastosłupa, mając daną jego powierzchnię całkowitą i zależności procentowe między ścianami. Osiągnięte w badaniu wyniki potwierdzają, że rzeczywiście było to najtrudniejsze zadanie w arkuszu – rozwiązało je zaledwie 8% uczniów.

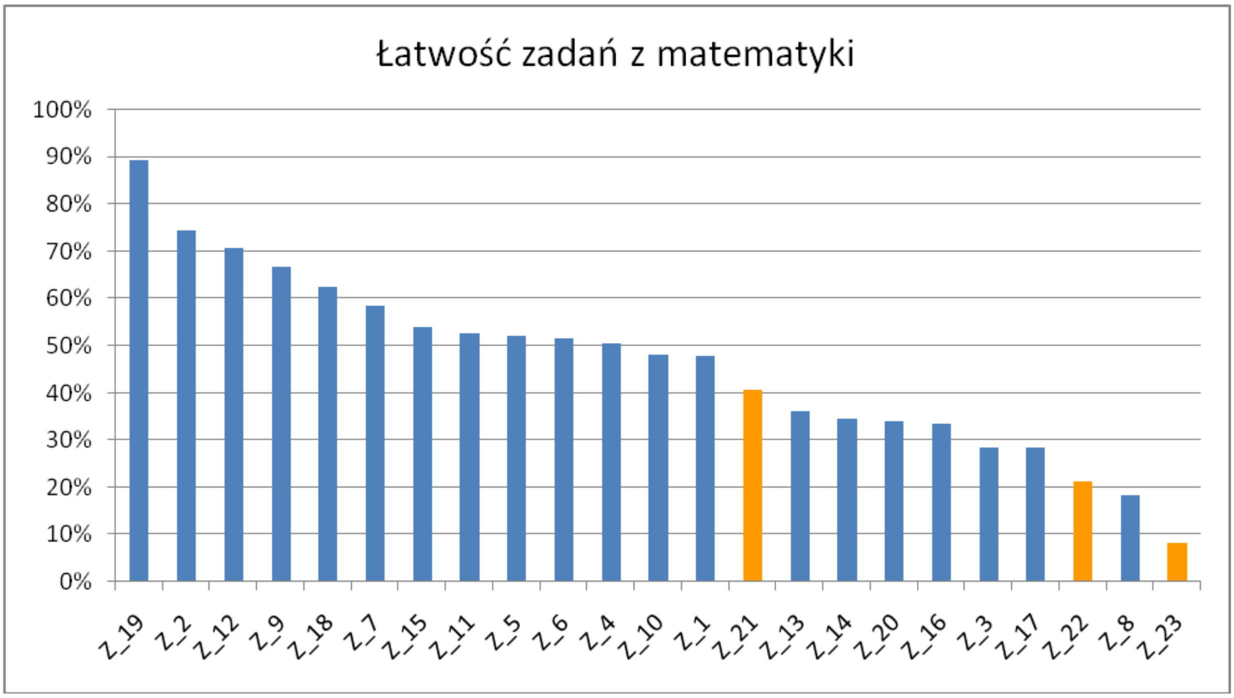
Również dwa pozostałe zadania otwarte były zdaniem uczniów trudne. Zadanie 22. dotyczyło rzutu kostką. Uczeń miał znaleźć wszystkie możliwe wyniki rzutów przy zadanych warunkach. Zadanie to 60% uczniów uznała za trudne, a co czwarty uczeń (24%) za raczej trudne. Jedynie 15% badanych uznało, że było ono łatwe. W rzeczywistości zadanie miało łatwość 21% i było pod względem łatwości trzecie od końca.

W zadaniu 21. uczeń miał rozdzielić pewną kwotę pieniędzy między kilka klas, proporcjonalnie do dokonanych wcześniej wpłat. Co drugi uczeń (48%) ocenił je jako trudne, a co czwarty (27%) jako raczej trudne. Ale również co czwarty ankietowany (23%) ocenił to zadanie jako łatwe. W rzeczywistości zadanie to okazało się znacznie łatwiejsze, niż uczniowie sądzili – jego łatwość wynosiła 41%. Znalazło się ono na 14. miejscu pod względem łatwości – tuż za zadaniem nr 1, ocenionym przez uczniów jako najłatwiejsze w całym arkuszu.

Spośród zadań zamkniętych najtrudniejsze wydawały się uczniom zadania 17., 10. i 8. – jako trudne lub raczej trudne oceniło je odpowiednio 71%, 66% i 66% uczniów. Uzyskane w tych zadaniach wyniki są równe odpowiednio: 28%, 48% i 18%. Widać, że są one bardzo różne. Rzeczywiście zadania 8. i 17. okazały się jednymi z najtrudniejszych w arkuszu, zajmując pod względem trudności odpowiednio drugie i czwarte miejsce od końca. Natomiast zadanie 10. znalazło się na 12. miejscu pod względem łatwości – przed zadaniem nr 1, według oceny uczniów najłatwiejszym w całym arkuszu.

Jednym z najtrudniejszych zadań w arkuszu było zadanie 3., które dotyczyło działań na pierwiastkach. Zostało ono poprawnie rozwiązane zaledwie przez 29% uczniów, choć było bardzo podobne do zadania umieszczonego w informatorze gimnazjalnym. Co ciekawe, zadanie to wydawało się uczniom stosunkowo proste – jako łatwe oceniło je 45% uczniów. Znalazło się ono pod tym względem na 6. miejscu – tuż po pięciu zadaniach wskazanych przez uczniów jako najłatwiejsze.

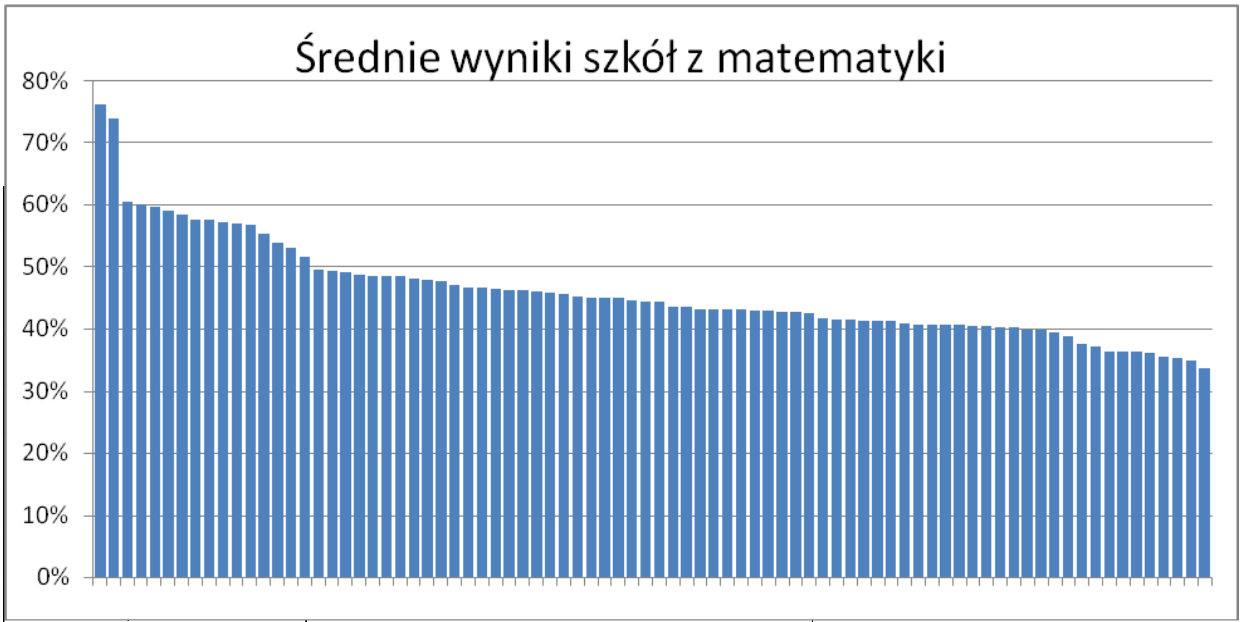
Porównując zatem oceny uczniów i rzeczywiste osiągane wyniki wydaje się, że uczniowie dość trafnie potrafili wskazać zadania trudne – spośród sześciu zadań uznanych przez nich za najtrudniejsze, cztery rzeczywiście były najtrudniejsze w całym arkuszu. Trzecioklasiści przecenili natomiast trudność pierwszego z zadań otwartych – było ono znacznie łatwiejsze, niż im się wydawało, a nie docenili trudności zadania sprawdzającego umiejętność wykonywania działań na pierwiastkach.



4. Wyniki szkół

Wyniki szkół

W Diagnozie Kompetencji Gimnazjalistów wzięły udział 82 szkoły. Na diagramie i w tabeli poniżej pokazano, jakie osiągnęły wyniki.



30% - 34,9%	Dwie szkoły z wynikami 33,7% i 34,9%

Dwie szkoły, których wyniki są wyraźnie wyższe, niż wyniki pozostałych szkół uczestniczących w badaniu to gimnazja z dużych miast, powstałe przy istniejących, renomowanych liceach ogólnokształcących. Wśród pozostałych najlepszych 14 szkół z wynikiem wyższym niż 50% jest 6 szkół z dużych miast, 6 szkół z mniejszych miast i 2 szkoły wiejskie. Wśród szkół miejskich są szkoły małe, średnie i duże, są szkoły publiczne, społeczne i prywatne. Natomiast obie szkoły wiejskie są to małe szkoły publiczne z dwoma oddziałami na poziomie. Obie te szkoły brały również udział w ubiegłorocznej diagnozie i osiągnęły wówczas znacznie niższe wyniki.

Zróżnicowanie międzyszkolne wyników

Zróżnicowanie wyników osiąganych przez uczniów z matematyki jest trochę mniejsze niż zróżnicowanie wyników z innych przedmiotów egzaminacyjnych: wariancja dla matematyki wynosi 28,06, dla historii – 29,74, a dla języka polskiego – 33,63.

Wariancja została rozbita na dwa składniki – wariancję między szkołami i wariancję wewnątrz szkół. Pierwsza mówi, na ile zmienność wyników możemy wytłumaczyć przynależnością ucznia do danej szkoły, a druga, na ile wyniki zależą od innych czynników. Gdyby średnie wyniki wszystkich szkół były takie same, to wynik ucznia nie miałby żadnego związku z przynależnością do konkretnej szkoły i wariancja międzyszkolna byłaby równa zero. Druga skrajność to przypadek, gdy wszyscy uczniowie w każdej szkole mają taki sam wynik, ale średnie szkół różnią się między sobą – wtedy cała wariancja tłumaczyłaby się przynależnością ucznia do szkoły, a wariancja wewnątrz szkół byłaby równa zero.

Dla każdego z przedmiotów egzaminacyjnych wariancja międzyszkolna jest znacznie mniejsza niż wariancja wewnątrzszkolna – dla matematyki wariancja międzyszkolna jest równa 4,79, a wewnątrzszkolna 23,28. Oznacza to, że niezależnie od przedmiotu, zróżnicowanie wyników między szkołami jest znacząco mniejsze niż różnice między uczniami wewnątrz każdej ze szkół.

Okazuje się jednak, że dla matematyki wariancja międzyszkolna jest stosunkowo większa, niż dla dwóch porównywanych przedmiotów: dla matematyki 4,79, dla języka polskiego 4,24, a dla historii 4,17. Oznacza to, że polskie gimnazja reprezentowane przez szkoły biorące udział w badaniu, stosunkowo bardziej różnią się między sobą wynikami z matematyki niż wynikami z pozostałych przedmiotów.

Pytanie, dlaczego matematyka bardziej różnicuje szkoły niż pozostałe przedmioty pozostaje otwarte i warto się nad nim zastanowić.

Różnice między szkołami na poziomie zadań

W rozdziale, w którym omawiane były poszczególne zadania, zamieszczone były wykresy rozkładów wyników każdego zadania dla wszystkich szkół, biorących udział w badaniu. Dla wielu zadań wyraźnie rzucało się w oczy, że różnice między wynikami osiąganymi przez poszczególne szkoły są bardzo duże. Dotyczyło to przede wszystkim zadań: 1. (%), 3. (działania na pierwiastkach), 4. (działania na potęgach), 6. (własności funkcji z wykresu) i trzech zadań z geometrii: 13. (pole „ukośnego" kwadratu), 14. (wnioskowanie o katach w trójkącie) i 15. (wnioskowanie o bokach z tw. Pitagorasa). Wszystkie wymienione zadania zawierają ważne umiejętności „narzędziowe" nauczane w gimnazjum. Są to zadania dość trudne, a zarazem stosunkowo typowe i często rozwiązywane na lekcjach.

Zadania te mają również największą moc różnicującą – ich wynik jest najsilniej skorelowany z ogólnym wynikiem z matematyki. Oznacza to, że jeśli chcielibyśmy przewidzieć wynik ucznia z całego testu z matematyki na podstawie kilku zaledwie zadań, to należałoby brać pod uwagę wyniki osiągane w tych właśnie zadaniach.

Analiza wyników osiąganymi przez poszczególne szkoły pokazuje, że wyjątkowo zdarzało się, żeby szkoła, osiągająca w jednym zadaniu wysoką pozycję, w innym zadaniu wypadała słabo. W znacznej większości zadań najlepsze wyniki osiągnęły te same szkoły. Wyjątkiem są trzy zadania najłatwiejsze w całym teście: zad. 19. (o siatkach ostrosłupów), zad. 2. (dotyczące proporcjonalności odwrotnej) i zad. 12. (o kącie środkowym) oraz zadania 5. (dotyczące prawdopodobieństwa) i 16. (o odcinaniu naroży w trójkącie). W tych zadaniach najwyższe wyniki osiągane są przez szkoły, które nie miały najwyższych wyników w całym teście. Natomiast we wszystkich pozostałych zadaniach najlepsze rezultaty uzyskuje zbliżona grupa szkół.

5. Wnioski i rekomendacje

Analiza wyników uzyskanych przez uczniów w tegorocznej Diagnozie Kompetencji Gimnazjalistów pozwala na sformułowanie kilku wniosków:

1. Tegoroczny arkusz użyty do przeprowadzenia próbnego egzaminu gimnazjalnego miał prawie identyczne parametry statystyczne, jak arkusz ubiegłoroczny. Średni wynik był równy 12 punktów, co stanowi 41,5% punktów możliwych do uzyskania. Mediana rozkładu wynosiła 11 punktów, a wartość modalna 9 punktów.

   Łatwość zadań zamkniętych była równa 49,6%, a zadań otwartych tylko 23,4%. Widać zatem, że zadania otwarte cały czas są dla uczniów znacznie trudniejsze niż zadania zamknięte.

2. W zadaniach zamkniętych prawie nie było opuszczeń lub wielokrotnych zaznaczeń – łączny ich odsetek wynosił między 0,0% a 0,7% i był niezależny od formy zadania. Ilość opuszczeń była raczej zależna od trudności zadania: dla zadań najłatwiejszych wynosiła 0,0% - 0,1%, a dla zadań trudniejszych dochodziła do 0,5% - 0,6%.

3. W każdym z trzech zadań otwartych był inny odsetek opuszczeń: w zadaniu 21. – mniej niż 1% opuszczeń, w zadaniu 22. – 10% opuszczeń i w zadaniu 23. – 20% opuszczeń. Okazało się, że opuszczenie zadania nie ma związku z poziomem umiejętności uczniów – tak samo prawdopodobne było, że pominie zadanie uczeń bardzo słaby, średni i dobry.

   Tak mały odsetek opuszczeń w zadaniu 21. świadczy o tym, że także najsłabsi uczniowie próbowali rozwiązywać zadania otwarte, a wyniki potwierdzają, że niektórym z nich się to udało. Może to świadczyć również o tym, że zmienia się stosunek uczniów do zadań otwartych, które do tej pory były przez uczniów słabych uważane za zbyt trudne i nieosiągalne dla nich.

4. Porównanie wyników oraz odsetek opuszczeń i wielokrotnych zaznaczeń dla zadania 18. oraz dla innych zadań zamkniętych, pokazuje, że nowa, nietypowa forma zadania 18. nie miała dla uczniów znaczenia. Zadanie to okazało się jednym z łatwiejszych w arkuszu. Także odsetek opuszczeń i wielokrotnych zaznaczeń dla tego zadania był podobny, jak dla innych zadań zamkniętych.

5. Drugi wniosek z analizy wyników zadania 18. jest taki, że uczniowie właściwie nie „strzelają". 96% uczniów wskazało jedną z trzech odpowiedzi mających sensowne uzasadnienie – jedna z nich jest poprawna, a dwie wynikają z konkretnych błędów popełnianych przez uczniów. Natomiast pozostałe trzy kombinacje liter są wewnętrznie niespójne i ich wybór może świadczyć o zaznaczaniu czegokolwiek na chybił trafił. I takich bezsensownych wyborów było łącznie zaledwie 4%.

   Brak zgadywania w tym zadaniu świadczy albo o tym, że nietypowa forma zadania była dla uczniów ciekawa i mobilizowała ich do rozwiązania, albo o tym, że generalnie uczniowie raczej nie zgadują odpowiedzi, tylko w miarę swoich możliwości rozwiązują zadania.

6. W zadaniach matematycznych, które sprawdzają umiejętności złożone, przypisanie do konkretnych wymagań ogólnych podstawy programowej nie zawsze jest jednoznaczne. W zadaniu, którego rozwiązanie wymaga wykonania kilku kroków może być tak, że główną trudnością jest wyodrębnienie tych kroków i określenie kolejności ich wykonywania – czyli znalezienie strategii

rozwiązania. Może być również tak, że określenie strategii jest łatwiejsze niż wykonanie któregoś konkretnego kroku, wymagającego na przykład umiejętności modelowania matematycznego.

Na podstawie przeprowadzonej analizy wyników zadania 21. można stwierdzić, że dla rozwiązania tego zadania kluczowe było inne wymaganie ogólne podstawy programowej, niż to, które zostało mu przypisane. Stało się to jednak widoczne dopiero na podstawie analizy wyników osiąganych przez uczniów.

7. Porównanie oceny trudności zadań dokonanej przez uczniów z rzeczywistymi wynikami osiągniętymi w poszczególnych zadaniach pozwala wnioskować, że uczniowie wskazują jako łatwe te zadania, które są bardziej typowe, częściej rozwiązywane na lekcjach. Wydają im się one łatwiejsze, bo od razu wiedzą, jak je rozwiązywać, od czego zacząć. Niestety wyniki uzyskiwane w tych zadaniach pokazują, że nie wszyscy naprawdę potrafią je poprawnie rozwiązać i w efekcie zadania te są trudniejsze niż się uczniom wydaje.

   Okazuje się, że uczniowie nie doceniają swoich umiejętności w zakresie geometrii. Wśród pięciu zadań najłatwiejszych w teście znalazły się 4 zadania z geometrii, a tymczasem uczniowie jako łatwe ocenili tylko 1 zadanie geometryczne. Wydaje się, że powodem takiej oceny tych zadań jest to, że są to zadania mniej typowe – każde z nich wymaga chwili zastanowienia i być może dlatego nie wydają się one uczniom tak proste, jak wskazują na to osiągane wyniki.